ZEITSCHRIFT

FÜR

PHYSIK

UND

MATHEMATIK.

Herausgeber:

A. Baumgartner und A. v. Ettingshausen,

ordentliche Professoren an der k. k. Universität zu Wien.

Vierter Band.

Mit vier Kupfertafeln.

WIEN.

Gedruckt und im Verlage bei *Carl Gerold.*

1828.

104018-B

Inhalt.

I. Heft.

Seite

I. Über eine einfache practische Methode, das Vergröfserungsverhältnifs bei Mikroskopen zu bestimmen. Vom Freiherrn von *Jacquin* 1

II. Über die astronomischen Oculare bei Fernröhren. Von *I. I. Littrow* 17

III. Über die Integration der sogenannten linearen Differenzialgleichung der n^{ten} Ordnung mit constanten Coefficienten, wenn die dabei zu gebrauchende Hülfsgleichung gleiche Wurzeln darbietet. Von *Karl Lamla* 35

IV. Ein neuer galvanischer Multiplicator. Von *Stephan Marianini* 42

V. Ungewöhnlich hoher Barometerstand im Monate Jänner 1828. Beobachtet in Prag vom Professor *Hallaschka* 47

VI. Über Hygrometer, nach des Ritters v. *Bürg* Beobachtungen. Von *A. Baumgartner* 50

A. Vergleichung des Schwefelätherhygrometers mit dem befeuchteten Thermometer . . . 58

B. Vergleichung des Haarhygrometers mit dem befeuchteten Thermometer 64

C. Vergleichung des Haarhygrometers mit dem Schwefelätherhygrometer 70

VII. Auflösung eines schweren algebraischen Problems. Vom Dr. *Nürnberger* 76

VIII. Fortschritte der Physik in der neuesten Zeit . . 81

A. Magnetismus.

1. *Christie's* Theorie der täglichen Variation der Magnetnadel . . . . . —

Seite

2. *Kupffer's* Untersuchungen über die Vertheilung der magnetischen Kraft in Magnetstäben 84
3. Magnetische Versuche in China und St. Helena zur Bestimmung der Ebene ohne Abweichung in diesen Ländern. Von *Wilson* 88
4. Wiederholung der Versuche über die Einwirkung einer rotirenden Eisenscheibe auf eine Magnetnadel zu Port Bowen. Von *Foster* 90
5. Über die gegenseitige Wirkung der Theile magnetischer Körper auf einander. Von *Christie* 93

B. Akustik.

1. *Wheatstone's* Versuche über das Gehör 101
2. *Savart's* Untersuchungen über die transversalen Schwingungen des Körpers . 104
3. *Savart,* über das Fortrücken der Schwingungsknoten schallender Körper . . . 109

C. Physikalische Chemie.

1. Über Entdeckung der Hydrocyansäure in damit vergifteten Leichnamen 112
2. Methode, um kleine Mengen Opiums in Auflösungen zu entdecken. Vom Herrn Dr. *Hare* . . . . . —
3. Über ein neues brennbares Gas . . . 113
4. Über das Althein, einen eigenthümlichen Stoff des Eibisches 114
5. Über die Identität des äpfelsauren Altheins mit dem Asparagin. Von *A. Plisson* 115
6. *Labaraque's* geruch- und farbezerstörende Sodaflüssigkeit. Mit einem Zusatz von *Planiawa* 118

Verzeichniſs der gangbarsten optischen Apparate, welche von *G. S. Plöſsl,* privilegirtem Optiker in Wien, neue Wieden, Salvatorgasse Nr. 321, für beigesetzte Preise verfertiget werden 121

II. Heft

Seite

I. Versuche über die Stärke und Elasticität des Eisens und Stahles, mit Rücksicht auf die Verwendung dieser Materialien zu Ketten und Balken. Von *Ign.* Edlem von *Mitis* 129

II. Physikalisch-chemische Untersuchung der Trinkquelle, Vincentiusbrunnen, zu Luhatschowitz in Mähren. Von *Joh. Planiawa* 171

III. Über die Gestalt der Bruchstücke zerschossener Glastafeln. Von *August Neumann* 193

IV. Über die terrestrischen Oculare. Von *I. I. Littrow* . 195

V. Berechnung der Vortheile des Banquiers im Pharaospiele. Von *Gustav Adolph Greisinger*, Hauptmann im k. k. Ingenieurs-Corps 210

VI. Fortschritte der Physik in der neuesten Zeit . . . 228

A. Neue und verbesserte physikalische Instrumente.

1. *Bellani's* Thermo-Barometer . . . . —

2. *Watt's* Sonnencompas 229

B. Über die Wirkung des Mondes auf die Atmosphäre. Von *Flaugergues* 231

C. Athembare Luft, in welcher kein Licht brennt 235

D. Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeiten. Von *Colladon* und *Sturm* 236

E. Electricität.

1. Vergleichung der Empfindlichkeit eines Frosches mit der eines Multiplicators mit zwei Nadeln. Von *L. Nobili* . . 250

2. Über die Electricität, die ein Metalldraht in einer Flamme erlangt. Von *Becquerel* 251

3. Über die durch Spalten und Drücken der Krystalle erzeugten electrischen Erschcinungen. Von Ebendemselben . . 252

VII. Anzeige einiger Relationen im sphärischen Dreiecke. Von *Franz Xav. Moth*, gewesenem Supplenten der höheren Mathematik an der Universität zu Prag . 254

Seite

2. *Kupffer's* Untersuchungen über die Vertheilung der magnetischen Kraft in Magnetstäben 84
3. Magnetische Versuche in China und St. Helena zur Bestimmung der Ebene ohne Abweichung in diesen Ländern. Von *Wilson* 88
4. Wiederholung der Versuche über die Einwirkung einer rotirenden Eisenscheibe auf eine Magnetnadel zu Port Bowen. Von *Foster* 90
5. Über die gegenseitige Wirkung der Theile magnetischer Körper auf einander. Von *Christie* 93

B. Akustik.

1. *Wheatstone's* Versuche über das Gehör 101
2. *Savart's* Untersuchungen über die transversalen Schwingungen des Körpers . 104
3. *Savart*, über das Fortrücken der Schwingungsknoten schallender Körper . . . 109

C. Physikalische Chemie.

1. Über Entdeckung der Hydrocyansäure in damit vergifteten Leichnamen 112
2. Methode, um kleine Mengen Opiums in Auflösungen zu entdecken. Vom Herrn Dr. *Hare* . . . . . —
3. Über ein neues brennbares Gas . . . 113
4. Über das Althein, einen eigenthümlichen Stoff des Eibisches 114
5. Über die Identität des äpfelsauren Altheins mit dem Asparagin. Von *A. Plisson* 115
6. *Labaraque's* geruch- und farbezerstörende Sodaflüssigkeit. Mit einem Zusatz von *Planiawa* 118

Verzeichniſs der gangbarsten optischen Apparate, welche von *G. S. Plößl*, privilegirtem Optiker in Wien, neue Wieden, Salvatorgasse Nr. 321, für beigesetzte Preise verfertiget werden 121

II. Heft

Seite

I. Versuche über die Stärke und Elasticität des Eisens und Stahles, mit Rücksicht auf die Verwendung dieser Materialien zu Ketten und Balken. Von *Ign.* Edlem von *Mitis* 129

II. Physikalisch-chemische Untersuchung der Trinkquelle, Vincentiusbrunnen, zu Luhatschowitz in Mähren. Von *Joh. Planiawa* 171

III. Über die Gestalt der Bruchstücke zerschossener Glastafeln. Von *August Neumann* 193

IV. Über die terrestrischen Oculare. Von *I. I. Littrow* . 195

V. Berechnung der Vortheile des Banquiers im Pharaospiele. Von *Gustav Adolph Greisinger*, Hauptmann im k. k. Ingenieurs-Corps 210

VI. Fortschritte der Physik in der neuesten Zeit . . . 228

A. Neue und verbesserte physikalische Instrumente.

1. *Bellani's* Thermo-Barometer . . . . —

2. *Watt's* Sonnencompas 229

B. Über die Wirkung des Mondes auf die Atmosphäre. Von *Flaugergues* 231

C. Athembare Luft, in welcher kein Licht brennt 235

D. Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeiten. Von *Colladon* und *Sturm* 236

E. Electricität.

1. Vergleichung der Empfindlichkeit eines Frosches mit der eines Multiplicators mit zwei Nadeln. Von *L. Nobili* . . 250

2. Über die Electricität, die ein Metalldraht in einer Flamme erlangt. Von *Becquerel* 251

3. Über die durch Spalten und Drücken der Krystalle erzeugten electrischen Erschcinungen. Von Ebendemselben . . 252

VII. Anzeige einiger Relationen im sphärischen Dreiecke. Von *Franz Xav. Moth*, gewesenem Supplenten der höheren Mathematik an der Universität zu Prag . 254

III. Heft.

Seite

I. Ein Beitrag zur Verbesserung achromatischer Objective. Von *I. I. Littrow* 257

II. Physikalisch-chemische Untersuchung der Trinkquelle, Vincentiusbrunnen, zu Luhatschowitz in Mähren. Von *Joh. Planiawa* (Beschluſs) . . . 277

III. Entwickelungen der allgemeinen Eigenschaften einiger Ausdrücke, welche in der Theorie der geraden Linie und der Ebene vorkommen. Von *Franz Xav. Moth* 288

IV. Über verschiedene Mangan-Präparate. Von *J. Bachmann* 312

α) Schwefelsaures Manganoxydul . . . . . —

β) Schwefelmangan 318

V. Fortschritte der Physik in der neuesten Zeit . . . 322

A. Physikalische Chemie.

1. Über die Wirkung des Jods auf die Kieselfluſssäure. Von *Varrinsky* . . . . —

2. Über Salpetersäure und ein eigenthümliches schwefelsaures Salz. Von *R. Phillips* 323

B. Meteorologie.

1. Über den Hagel und die Hagelableiter. Von *Arago* 324

2. Besondere Wirkung eines Blitzschlages. Von *Scoresby* 334

3. Über die mittlere Temperatur am Äquator. Von *Brewster* 335

4. Einfluſs der Nordlichter auf die Magnetnadel. Von *Arago* 340

5. Gegen den Einfluſs der Nordlichter auf die Magnetnadel 343

C. Electricität.

1. Über die Natur der electrischen Ströme. Von *L. Nobili* 350

2. Methode, thermo-hydroelectrische Ströme zu erhalten. Von *L. Nobili* 355

Seite

3. Electrische Eigenschaften des Turmalin. Von *Becquerel* 356
4. Über die Wirkung der Mineralsäuren auf Kupfer. Von Dr. *Davy* 362

D. Wärme.

1. Über das Messen hoher Temperaturen. Von *Prinsep* 364
2. Über die beim Verbrennen erzeugte Hitze. Von *Depretz* 365
3. Über das Verbrennen unter verschiedenem Drucke. Von *Depretz* 367

E. Versuche über die Absorption der Dünste durch tropfbare Flüssigkeiten. Von *Graham* 368

F. Optik.

1. Besondere Anomalie des Sehens. Von *Godmann* 378
2. Mikroskopische Linsen von Saphir . . 379
3. Dauer des Eindruckes verschiedener Lichtstrahlen im Auge 380
4. *B. Prevost* Ansicht über die Weifse, nebst Bemerkungen von den Herausgebern der *Annales de Chimie etc.* . . . . . —

IV. Heft.

I. Über die gleichbeleuchteten Linien der Oberflächen, nach einem italienischen Mémoire des *Antonio Bordoni.* Von *Gustav Adolph Greisinger,* Hauptmann im k. k. Ingenieurs-Corps 385

II. Berichtigung meiner Ansicht über die Theorie der Parallellinien. Vom Dr. und Prof. *Joseph Knar* . 427

III. Über die Grundgesetze der Wärme, und über das wahre Mafs der Temperaturen. Von *Jos. Schitko,* k. k. Bergrath und Professor zu Schemnitz . . . 436

IV. Über eine vortheilhafte Darstellung des Digitalins, oder des wirksamen Princips der Blätter der *Digitalis purpurea.* Von *Joh. N. Planiawa* 450

Seite

V. Fortschritte der Physik in der neuesten Zeit . . 454

A. Electricität.

1. Über die Umstände, welche die Richtung und Stärke des electrischen Stromes in einem *Volta*'schen Elemente bestimmen. Von *La Rive* . . . . . —

2. Künstliche Blitzröhren 490

B. Magnetismus.

1. Über den Magnetismus der Drähte eines Multiplicators. Von *Nobili* 491

2. Einrichtung des Sideroscops und mit demselben angestellte Versuche. Von *Le Baillif* und *Saigey* 492

VI. Über das pankratische Ocular. Von *I. I. Littrow* 501

ZEITSCHRIFT

FÜR

PHYSIK UND MATHEMATIK.

I.

Über eine einfache practische Methode, das Vergröfserungsverhältnifs bei Mikroskopen zu bestimmen.

Vom

Freiherrn von *Jacquin.*

Wenn der Naturforscher bei einer mikroskopischen Besichtigung die Hauptzwecke derselben: den Bau und die Bildung des Gegenstandes seiner Untersuchung, so weit er es zu seinem Zwecke bedarf, klar und bestimmt zu erkennen, erreicht hat, so ergeben sich demselben noch zwei Fragen zur Beantwortung:

Erstens. Welches ist die natürliche Gröfse des besichtigten Gegenstandes und seiner einzelnen Theile?

Zweitens. Wie stark war die Vergröfserung, welche sein optisches Werkzeug während der Anschauung hervorgebracht hat?

Beide Fragen gehören unter jene, in der Naturkunde leider oft vorkommende Kathegorie, deren Lösung theoretisch sehr leicht und bestimmt angegeben wird, bei practischer Anwendung dieser Theorie aber vielfältige, oft unüberwindlich scheinende Schwierigkeiten darbietet. Die erste ist indessen in der neuesten Zeit sowohl durch die erreichte Vollkommenheit der Mikrometer, und die zu ihrem zweckmäfsigen Gebrauche erfundenen Handgriffe, als insbesondere durch die

von *Young*, *Dollond*, *Amici*, *Fraunhofer* und *Wollaston* angegebenen und ausgeführten trefflichen Vorrichtungen zur hinlänglichen Befriedigung gelöset worden, so dafs ich mir nur vorbehalte, bei einer anderen Gelegenheit einige auf eigene Erfahrungen gegründete Bemerkungen über diesen Punct mitzutheilen. Die Beantwortung der zweiten Frage könnte dem Naturforscher oft gleichgültig bleiben, wenn es nicht seine Pflicht forderte, bei Mittheilung seiner Beobachtung den erwähnten Umstand so genau als möglich anzugeben, damit andere Naturforscher in den Stand gesetzt werden, seine Untersuchung unter ganz gleichen Umständen zu wiederholen, zu würdigen, zu bestätigen oder zu berichtigen.

Wenn die Brennweiten sowohl der Objectivlinse als der den Ocularapparat zusammensetzenden Gläser bei einem dioptrischen Mikroskope, dann auch noch des Spiegels bei einem katadioptrischen Werkzeuge der Art genau bekannt sind, so findet man in jedem Elementarbuche der Physik die theoretische Angabe, wie die vergröfserte Ansicht daraus entstehen mufs, und die Formeln, um ihr Verhältnifs auf das Genaueste zu berechnen. Allein eben in dieser practischen Bestimmung der Brennweiten der fertigen einzelnen Gläser mit einer so grofsen Genauigkeit, als diese Daten nothwendig erfordert werden, um bei der complicirten Berechnung nicht in grobe Irrungen zu verfallen, liegt die bisher unüberwundene Schwierigkeit, die Jeder, der Versuche dieser Art selbst gemacht hat, wohl kennet *). Die Verfertiger optischer Werkzeuge fingen daher an, aus der

*) Eine der gröfsten Schwierigkeiten ist die unerläfsliche, höchst genaue Bestimmung der Dicke der Gläser, genau an ihrer Axe, um die Hälfte davon der, von der Oberfläche an gemessenen Focallänge zu addiren.

ihnen bekannten Gestalt ihrer Schleifschalen die Gestalt und daraus, nach möglichst genauer Bestimmung des Durchmessers, die Brennweite ihrer Linsen zu bestimmen. Und so geben mehrere berühmte Optiker die verschiedenen Vergrösserungsverhältnisse der von ihnen verfertigten Mikroskope an. *Fraunhofer* bediente sich bekanntlich dazu der Radiuslänge seiner Schleifvorrichtungen.

Allein abgerechnet, dafs, wie gesagt, die kleinste Abweichung oder Irrung bei diesen Messungen in der darauf gegründeten Rechnung bedeutende Fehler hervorbringt, so sind die Besitzer der Mikroskope nie im Stande, diese Angaben selbst zu controliren, indem diese Methode bei schon fertigen Werkzeugen gar nicht mehr anwendbar ist. Es haben sich daher seit längerer Zeit Optiker und Naturforscher häufig mit einer empirischen Methode begnügt, die Vergrösserung der Mikroskope zu bestimmen, oder vielmehr zu schätzen, welche darin bestehet, zwei sehr kleine, aber gleich grofse Linear-Entfernungen oder Flächen mit einem Auge unter dem Mikroskope, mit dem anderen Auge aufser demselben zu vergleichen, und auf diese Weise die Vergrösserung zu *schätzen;* denn eine Schätzung bleibt es immer nur, selbst wenn die hierbei nur zu oft vernachläfsigte Rücksicht auf die mittlere Sehweite genau beachtet wird, und man sich eines Mikrometers und des Zirkels dabei bedient, so zwar, dafs mehrere Personen, welche die Beobachtung zugleich anstellen, selten in ihrer Sehätzung genau übereinstimmen. Dafs aber einzelne, eingeübte Optiker eine bedeutende Fertigkeit in dieser Art Schätzung besitzen, und der Wahrheit gewöhnlich sehr nahe kommen, nützet der grofsen Menge ein Mikroskop gebrauchender Naturforscher nicht. Mein verlorener, berühmter Freund *Vega* hat sich vormahls

lange vergeblich bemüht, dieser Methode mehr Bestimmtheit zu geben.

Von meinem Knabenalter an zu mikroskopischen Beobachtungen veranlafst und eingeübt, dabei im Besitze und in Benützung der vortrefflichsten Werkzeuge dazu, war eine sichere, vergleichbare und bequeme Methode zur Lösung der besprochenen Aufgabe von jeher mein Lieblingswunsch, der in den neuesten Zeiten durch die von dem unvergefslichen *Fraunhofer* ausgegangene grofse Verbesserung der dioptrischen Mikroskope, und die darauf gegründete, alle bisherigen Leistungen übertreffende Ausführung derselben durch unsern trefflichen Optiker *Plöfsl* neuerdings um so mehr angeregt worden ist, als alle Gelehrten des Faches im In- und Auslande, die ich darüber zu Rathe zog, mich nur auf das eben Vorgetragene, unter Anerkennung der dabei obwaltenden Schwierigkeiten, zu verweisen vermochten.

Die sinnreichen Angaben des Hrn. Prof. *Amici*, um mit Hülfe des Mikroskopes zu zeichnen und die wahre Gröfse der im Mikroskope gesehenen Objecte zu bestimmen, und die glückliche Vereinfachung und Beseitigung mancher Schwierigkeiten bei diesem Verfahren durch Vertauschung der *Camera lucida* gegen den so vielseitig brauchbaren, und noch viel zu wenig bekannten und benützten Spiegelchen-Apparat des Herrn Dr. *Sömmering* Sohn zu diesem Zwecke, brachten mich, unter Benüzzung der von diesen Gelehrten schon angegebenen Handgriffe und Winke, nach und nach auf ein einfaches und sicheres Verfahren, die verschiedenen Vergröfserungen bei jedem fertigen, einfachen oder zusammengesetzten, dioptrischen oder katadioptrischen Mikroskope genau und vergleichbar practisch zu bestimmen.

Da nun diese Methode den Beifall so vieler Sachverständigen und geübten Beobachter des In- und Aus-

landes, denen ich solche mitgetheilt und vorgezeigt habe, erhalten hat, so füge ich mich dem Ansinnen meines hochverehrten Herrn Collegen, Prof. *Baumgartner*, mit Vergnügen, solche hier zu beschreiben.

Der *Sömmering*'sche Spiegelchen-Apparat findet sich von dem Erfinder selbst (*Dingler's* polytechn. Journal, B. 7) so gut und umständlich beschrieben, dafs es wohl überflüssig wäre, die Beschreibung hier zu wiederholen, und ich nur bemerken will, dafs ich meine ersten Versuche mit einem von Hr. Dr. *Sömmering* selbst erhaltenen Apparate mit Stahlspiegelchen, wie solcher von ihm (a. a. O. T. VIII. Fig. 9) abgebildet worden ist, angestellt habe, und dann erst Hr. Opticus *Plöfsl* solche Apparate mit einigen kleinen Verbesserungen und etwas gröfseren Metallspiegelchen verfertiget hat, deren Metallmasse ich durch Zusammenschmelzen von silberplattirten Kupferblechschnitzeln, worin das Silberverhältnifs $^1/_{20}$ war, mit Zusatz der Hälfte reinen Zinnes, erhalten habe, und worin das Verhältnifs der drei sehr reinen Metalle: Kupfer 190, Zinn 100, Silber 10 ist *). Hr. Dr. *Sömmering* erwähnt schon, die *Amici*'sche Methode, um die Gröfse des Gegenstandes bei seinem Mikroskope zu finden, könne auch zur Bestimmung des Vergröfserungsverhältnisses angewendet werden, ohne sich jedoch näher darüber zu erklären; *Amici* selbst erwähnt dieser Anwendung gar nicht.

Die zu beantwortende Aufgabe mufs practisch folgender Mafsen ausgedrückt werden: Genau zu bestimmen, um wie viel Male man eine bekannte Längen- oder Flächenausdehnung durch das Mikroskop gröfser sieht,

*) Hr. *Plöfsl*, neue Wieden, Salvatorgasse, Nro. 321, liefert diesen vielseitig nützlichen kleinen Apparat in Futteral von Maroquin um 6 fl. C. M.

als wenn dieselbe mit freiem Auge in der angenommenen mittleren Sehweite von 8 Zoll W. M. angesehen wird? Wenn man es daher dahin bringt, die Bilder zweier ganz gleichen Mafsstäbe genau unter den bedingten Umständen so über einander dargestellt zu sehen, dafs man solche in einander passen, und das Gröfsenverhältnifs ihrer Eintheilung genau vergleichen kann, so ist die Aufgabe gelöset. Um nun dieses bequem zu bewerkstelligen, verfahre ich bei dioptrischen zusammengesetzten Mikroskopen auf folgende Art:

Auf einem einfachen hölzernen Gestelle (Fig. 1), dessen Tafel *a* grofs genug seyn mufs, jedes Mikroskop so darauf zu stellen, dafs der Mittelpunct der Ocularlinse 8 Wiener Zoll oder 2 Decimeter von dem aufgerichteten schmalen Schirme *b b* entfernt bleibt, wird das zu untersuchende Mikroskop *c* genau in dieser, mit einem senkrecht auf den Schirm gehaltenen Zollstabe zu bestimmenden Entfernung von dem Ocular gestellt; der Reflectionsspiegel durch eine darneben stehende Wachskerze oder Lampe *d* beleuchtet, und ein auf Glas gravirter Mikrometer, mit einer Lineartheilung der Wiener Duodecimal-Linie in 30 oder 60 Theile, auf dem Objecttisch zur deutlichsten Ansicht gebracht. Dem Ocular horizontal gegenüber befindet sich an dem Schirme *b* des Gestelles ein Blatt dickes, glattes Kartenpapier, das in den an beiden Rändern des Schirmes angebrachten Falzen sich hoch und nieder schieben läfst, um den verschiedenen Höhen verschiedener Mikroskope angepafst zu werden. Auf diesem mit schwarzem Grunde bemahlten Kartenpapiere befinden sich mit weifser Farbe 25 feine Linien horizontal genau in der Entfernung einer Wiener Duodecimal-Linie gezogen. Dieser Mafsstab *e e* wird durch eine seitwärts angebrachte, kleine, mit einem Reflectionsschirme versehene Lampe, oder einer

Wachskerze in Federkapsel *f* beleuchtet, welche ebenfalls höher und niedriger angepafst werden kann, nachdem der Mafsstab selbst nach der Höhe des Mikroskopes höher oder niedriger stehen mufs. An dem Ocularapparat des Mikroskopes wird nun der *Sömmering*'sche Spiegelchenapparat mit seinem Ringe und Stellschrauben befestiget, und das Spiegelchen *g* an dem Platze des Auges, unter einem Winkel von 45° gegen dasselbe so gestellt, dafs das Bild des Objectes (nämlich des Mikrometers) in die Mitte desselben fällt, und mit dem horizontal genäherten Auge genau eben so im Spiegelchen gesehen wird, als unmittelbar durch das Ocular.

Da man nun, *mit demselben Auge*, zugleich den Mafsstab an dem Schirme *in der normalen Sehweite* so sieht, als läge das Mikrometerbild auf demselben, so lassen sich, wenn man durch Drehen des Mikrometers mit der Hand, oder den an dem Objecttische angebrachten Stellschrauben, die Linien desselben genau parallel mit jenen des Mafsstabes an dem Schirme gerichtet hat, die gegenseitigen Theilungen genau vergleichen, und daraus die Vergröfserungsstufe leicht bestimmen.

Ein Theil des Mafsstabes äquivalirt bei einer Theilung der Linie in 30 Theile auch 30 Theilen des Mikrometers; wenn daher z. B. eine Mikrometertheilung ($^1/_{30}$) genau eine Theilung des Mafsstabes ($^{30}/_{30}$) deckt, so ist die Vergröfserung 30 Mal linear, und folglich 900 Mal Quadrat.; decken 3 Theile des Mikrometers 4 Theile des Mafsstabes, so werden $^3/_{30}$ so grofs gesehen als $^{120}/_{30}$, und die Vergröfserung ist 40 Mal linear, oder 1600 Mal Quadrat. Decken aber 3 Theile des Mikrometers nur 2 Theile des Mafsstabes, so decken 3 Theile 60 Theile, und die Vergröfserung ist nur 20 Mal linear, oder 400 Mal Quadrat. Decken 3 Mikrometertheile 7 Mafsstabtheile, welche 210 Mikrometertheilen äquivaliren, so ist

die Vergröſserung 70 Mal linear, und 4900 in Quadrat. Decket 1 Mikrometertheil 15 Maſsstabtheile = 450 Mikrometertheile, so ist die Linear-Vergröſserung auch eben so groſs. Decken 8 Mikrometertheile 9 Maſsstabtheile = 270 Mikrometertheile, so ist die Vergröſserung = 33,75 Mal linear, u. s. f.

Die Tafel *a* des Gestelles muſs groſs genug seyn, daſs der Fuſs des gröſsten Mikroskopes zur Noth darauf Platz hat, und der Schirm *b* so hoch seyn, daſs selbst bei den höchsten Mikroskopen der Maſsstab auf die Höhe des Oculars geschoben werden kann. Mein Apparat hat eine Tafel von 14 Zoll im Quadrat, und der Schirm ist 2 Schuh hoch, und 5 Zoll breit. Darauf sind die gröſsten und kleinsten bisher bekannten Londoner, Münchner und Wiener Instrumente mit Bequemlichkeit untersucht und bestimmt worden. Statt eines solchen Gestelles kann man sich auch wohl bloſs eines beweglichen Schirmes bedienen, der an jedem Tische mittelst einer Zwingschraube befestiget werden kann, oder im Nothfalle auch einen kleinen Tisch an die Wand schieben, und den Maſsstab unmittelbar an derselben befestigen.

Ein Hauptumstand bei diesem Verfahren ist die Beleuchtung sowohl des Mikrometers als des Maſsstabes, welche nicht nur hinlänglich, sondern auch im genau bemessenen gegenseitigen Verhältnisse stehen muſs; denn ist das Mikrometerbild gegen den Maſsstab, oder umgekehrt, der letztere gegen das erstere zu grell beleuchtet, so wird das eine oder der andere undeutlich, oder wohl gar unsichtbar. Auch muſs das Auge nach Umständen vor dem Lichte durch wohl angebrachte Schirme vor Blendung verwahrt werden. Daher denn auch diese Untersuchung bei Tageslicht, wo man die Beleuchtung nicht so in seiner Gewalt hat, kaum ausführbar ist.

Die erwähnte Mikrometertheilung bis auf $^1/_{30}$ Wien. Duodecimal-Linie ist für die meisten Vergröfserungen hinreichend, nur mufs immer wenigstens ein ganzer Mikrometertheil in der Mitte des Gesichtsfeldes des Mikroskopes deutlich sichtbar seyn. Nur bei sehr starken Vergröfserungen, die schon bis 300 Mal linear reichen, mufs man oft zu Mikrometern steigen, die auf $^1/_{60}$ bis $^1/_{100}$ Linie linear getheilt sind. Besonders tritt dieser Fall bei den Schattenbildern der übertriebenen Vergröfserungen nicht achromatischer und katadioptrischer Mikroskope ein.

Die jedesmalige, sorgfältige Berichtigung der normalen Sehweite ist zur Erreichung wahrer, comparativer Bestimmungen unerläfslich, und die Vernachläfsigung dieses Umstandes war wahrscheinlich schon bei den älteren Messungsversuchen dieser Art, die Quelle mancher auffallend unrichtig und übertrieben angegebener Vergröfserungen. Eine Vergröfserung, welche mit der Ansicht in normaler Sehweite von 8 Zoll linear 30 beträgt, wird bei Verlängerung der Sehweite nur auf 10″ schon 35 scheinen, und unter gleichen Umständen eine von linear 240 bei einer Sehweite von 12 Zoll wie 360, und endlich bei 24 Zoll wie 540 scheinen.

Bei katadioptrischen Mikroskopen, welche horizontal stehen, wird das Spiegelchen eben so am Ocular angebracht, aber der Mafsstab unter das Ocular auf den Tisch gelegt, dabei aber wieder genau die normale Entfernung von 8″ hergestellt. Die Beleuchtung des Mafsstabes wird dabei durch ein darneben stehendes Kerzen- oder Lampenlicht bewirkt.

Auf dieselbe Art kann auch die Vergröfserung einfacher Linsen oder Loupen bestimmt werden, wenn man sie nur, sie seyen senkrecht oder horizontal befestiget, zu dem Zwecke unmittelbar oder reflectirt hinlänglich

beleuchten kann, um ein deutliches Bild des Mikrometers in dem Spiegelchen zu geben. Der Spiegelchenapparat mufs in diesem Falle, wenn er nicht an das Mikroskop selbst befestiget werden kann, darneben auf einem eigenen Fufse angebracht werden. Wegen des kurzen Focus und Mangel an Lichtstärke sind die stärkeren Vergröfserungen der älteren zusammengesezten, nicht achromatischen und katadioptrischen Mikroskope am schwierigsten zu bestimmen.

Dafs man sich statt der Wiener Duodecimal-Linien als Mafsstab eben so gut der Decimal-Linien, Pariser- und Londoner-Linien, oder Millimeter bedienen könne, wenn nur die Mikrometertheilung übereinstimmend ist, bedarf wohl keiner Erinnerung. Da man sich gewöhnlich nach dem schon vorhandenen Mikrometer richtet, so mufs der Werth desselben genau bekannt seyn, um den Mafsstab darnach zu verfertigen. Linear-Mikrometer oder sogenannte Leitern sind deutlicher, obgleich man auch sehr gut Netz-Mikrometer brauchen kann. Vollkommen genau getheilt mufs sowohl der Mafsstab als der Mikrometer zu diesem Zwecke auf jeden Fall seyn, und dieses Verfahren ist zugleich eine strenge Untersuchung für letzteren.

Zum Beschlusse folget eine Auswahl vergleichender Bestimmungen der Vergröfserungen einiger vorzüglichen Mikroskope, welche hier in Wien vorhanden sind, nebst Angabe der Gesichtsfelder im Durchmesser, bei der schwächsten und stärksten Vergröfserung, in Duodecimal-Linien des Wien. Fufs.

I. Dioptrisch, achromatisch.

1. Mikroskop von *Plöfsl*, des k. k. Universitätsgartens.

Ocular N. I. mit Objectiv	N. 1.	Lin. 27	Quadr.	729
	» 2.	» 40	»	1600.
	» 3.	» 60	»	3600.
	» 4.	» 90	»	8100.
Ocular N. II. mit Objectiv	N. 1.	Lin. 30	Quadr.	900.
	» 2.	» 60	»	3600.
	» 3.	» 110	»	12100.
	» 4.	» 120	»	14400.
Ocular N. III. mit Objectiv	N. 1.	Lin. 45	Quadr.	2025.
	» 2.	» 90	»	8100.
	» 3.	» 150	»	22500.
	» 4.	» 225	»	50625

Sehefeld. Ocul. I. Object. 1. = 2,9‴.
» II. » 4. = 0,55‴.

2. Mikroskop von *Plöfsl*, des Hrn. Dr. *Vivenot*.

Ocular N. I. mit Objectiv	N. 1.	Lin. 25	Quadr.	625.
	» 2.	» 50	»	2500.
	» 3.	» 67	»	4489.
	» 4.	» 90	»	8100.
Ocular N. II. mit Objectiv	N. 1.	Lin. 45	Quadr.	2025.
	» 2.	» 70	»	4900.
	» 3.	» 120	»	14400.
	» 4.	» 150	»	22500.

Sehefeld. Ocul. I. Object. 1. = 3‴.
» II. » 4. = 0,55‴.

3. Mit diesem Mikroskope stimmt jenes desselben Künstlers, dem Hrn. von *Pittoni* gehörig, beinahe ganz überein.

4. Mikroskop von *Plöſsl*, auf Gestelle von *Hooke*. Mein Eigenthum.

Nur ein einfaches Ocular.

Objectiv N. 1. Lin. 270 Quadr. 72900
» 2. » 150 » 22500.
» 3. » 120 » 14400.
» 4. » 30 » 900.

Sehefeld. Objectiv N. 1. = 0,6‴.
» 4. = 1,6‴.

5. Groſses Mikroskop von *Plöſsl*, des Hrn. Prof. Dr. *Czermak*.

Ocular N. I. mit Objectiv N. 1. Lin. 15 Quadr. 225.
» 2. » 30 » 900.
» 3. » 40 » 1600.
» 4. » 60 » 3600.
» 5. » 90 » 8100.
» 6. » 150 » 22500.

Ocular N. II. mit Objectiv N. 1. Lin. 30 Quadr. 900.
» 2. » 37,5 » 1406,25.
» 3. » 60 » 3600.
» 4. » 90 » 8100.
» 5. » 150 » 22500.
» 6. » 240 » 57600.

Ocular N. I. und II., vereinigt mit Objectiv N. 6.
Lin. 300 Quadr. 90000.

Sehefeld. Ocular I. mit Objectiv 1. = 3,75‴.
» II. » » 6. = 0,45‴.
» I. u. II. » » 6. = 0,40‴.

6. Mit diesem Mikroskope stimmt jenes desselben Künstlers im k. k. physikal. Universitäts-Museum, bis auf kleine Abweichungen, überein.

7. Mikroskop von *Voigtlaender*, des k. k. physikal. Universitäts-Museums.

Ocular, nur eines. Mit Objectiv N. 1. Lin. 12 Quadr. 144.
» 2. » 30 » 900.
» 3. » 50 » 2500.
» 4. » 90 » 8100.

Sehefeld. N. 1. = 2,65‴.

8. Mikroskop von *Fraunhofer*, auf Gestelle und mit Mefsvorrichtung von *Starke*, des k. k. physikal. Universitäts-Museums.

Ocular N. I. mit Objectiv N. 1. Lin. 18 Quadr. 319.
» 2. » 25 » 625.
» 3. » 60 » 3600.
» 4. » 90 » 8100.

Ocular N. II. mit Objectiv N. 1. Lin. 30 Quadr. 900.
» 2. » 37,5 » 1406,25.
» 3. » 90 » 8100
» 4. » 120 » 14400.

Sehefeld. Ocul. I. Objectiv 1. = 3,15‴.
» II. » 4. = 0,875‴.

9. Grofses Mikroskop von *Fraunhofer*, des Freiherrn von *Kielmannsegge*.

Ocular N. I. mit Objectiv N. 1. Lin. 12 Quadr. 144.
» 2. » 17,1 » 289.
» 3. » 25,7 » 676.
» 4. » 40 » 1600.
» 5. » 55 » 3025.
» 6. » 70 » 4900.

Ocular N. II. mit Objectiv N. 1. Lin. 15 Quadr. 225.
» 2. » 22,1 » 488,4.
» 3. » 36 » 1296.
» 4. » 45 » 2025.
» 5. » 60 » 3600.
» 6. » 82,5 » 6806,5.

Ocular N. III. mit Objectiv N. 1. Lin. 30 Quadr. 900.
» 2. » 32 » 1024.
» 3. » 60 » 3600.
» 4. » 75 » 5625.
» 5. » 105 » 11025
» 6. » 120 » 14400.

Sehefeld Ocular I. Objectiv 1. = 6,5‴.
» III. » 6. = 0,4‴.

II. Dioptrisch, nicht achromatisch.

10. Mikroskop von *Ramsden*, des k. k. Universitätsgartens.

Ocular nur eines. Object. N. 1. Lin. 240 Quadr. 57600.
» 2. » 60 » 3600.
» 3. » 45 » 2025
» 4. » 39 » 1521.
» 5. » 30 » 900.
» 6. » 20 » 400.

Sehefeld. Objectiv N. 1. = 0,3‴
» » 6. = 3,85‴

11. Mikroskop von *Adams*, des k. k. physikal. Universitäts-Museums.

Ocular nur eines. Objectiv N. 1. Lin. 90 Quadr. 8108.
» 2. » 60 » 3600
» 3. » 37,5 » 1306,25.
» 4. » 26,6 » 707.
» 5. » 18 » 324.
» 6. » 17,6 » 309,76.

Sehefeld. Objectiv N. 1. = 0,93‴.
» » 6. = 5‴.

12. Mikroskop von *Adams*, des Hrn. von *Pittoni* (vormals Graf *Fries*).

Ocular nur eines. Object. N. o. Lin. 270 Quadr. 72900.
» 1. » 90 » 8100.
» 2. » 60 » 3600.
» 3. » 50 » 2500.
» 4. » 40 » 1600.
» 5. » 30 » 900.
» 6. » 15 » 225.

Schefeld. Objectiv N. o. = 0,2‴
» » 6. = 3,6‴

13. Mikroskop von *Hooke*, mein Eigenthum.

Ocular nur eines. Object. N. o. Lin. 210 Quadr. 44100.
» 1. » 95 » 9025.
» 2. » 60 » 3600.
» 3 » 50 » 2500.
» 4. » 30 » 900.
» 5. » 27 » 729.
» 6. » 22,5 » 506,25.

Schefeld. Objectiv N. o. = 0,47‴.
» » 1. = 1‴.
» » 6. = 6‴.

III. Katadioptrisch.

14. Mikroskop von *Amici*, Sr. königl. Hoheit des Erzherzogs *Maximilian* von Este.

Ocular N. 1. Lin. 30 Quadr. 900.
» 2. » 45 » 2025.
» 3. » 120 » 14400.
» 4. » 150 » 22500.
» 5. » 180 » 32400.
» 6. » 240 » 57600.

Schefeld. Ocular N. 1. = 1,44‴.
» 6. = 0,37‴.

15. Mikroskop von *Amici*, Sr. Durchlaucht des Fürsten von *Metternich*.

Ocular N. 1. Lin. 30 Quadr. 900.
» 2. » 45 » 2025.
» 3. » 75 » 5625.
» 4. » 240 » 57600.
» 5. » 330 » 108900.
» 6. » 540 » 291600.

Sehefeld. Ocular N. 1. = 2,23‴.
» » 4. = 0,43‴
» » 5. = 0,26‴.
» » 6. = 0,13‴.

16. Mikroskop von *Plößl* (nach *Amici*), des k. k. physikal. Universitäts-Museums.

Ocular N. 1. Lin. 30 Quadr. 900.
» 2. » 60 » 3600.
» 3. » 75 » 5625.
» 4. » 150 » 22500.

Sehefeld. Ocular N. 1. = 2″.
» 4. = 0,7‴.

IV. Einfache Linsen.

Mein Eigenthum.

1. Linse mit Lieberkühn, von *Hooke*. Lin. 18, Quadr. 324.
2. Dergleichen, von *Hooke*. Lin. 37,5, Quadr. 1406,25.
3. Linse von *Hooke*. Lin. 60, Quadr. 3600.
4. Linse von *Voigtlaender*. Lin. 105, Quadr. 11025.
5. Dergleichen. Lin. 120, Quadr. 14400.
6. Dergleichen. Lin. 210, Quadr. 44100.
7. Dergleich. von *Abbé Mazzola*. Lin. 210, Quadr. 44100.

II.

Über die astronomischen Oculare bei Fernröhren;

von

I. I. Littrow.

Man versteht unter dieser Benennung bekanntlich diejenigen Oculare, welche aus einer oder mehreren convexen Linsen bestehen, und nur ein einziges wahres Bild im Fernrohre geben. Ich beschränke mich hier auf diejenigen dieser astronomischen Oculare, welche aus zwei Linsen zusammengesetzt sind, da die mit einer einzigen Linse zu einfach sind, um noch einer Erläuterung zu bedürfen, und da die mit drei und mehr Linsen zu grofsem Lichtverluste ausgesetzt sind, und daher in der Anwendung nicht gebraucht werden.

Um den folgenden Betrachtungen eine gröfsere Ausdehnung zu geben, wollen wir überhaupt die *Theorie der Fernröhre mit drei convexen Linsen* zu entwickeln suchen, in welcher dann die des astronomischen Doppeloculars blofs als ein specieller Fall enthalten seyn wird.

Seyen a und α die beiden zusammen gehörenden Vereinigungsweiten der ersten Linse oder des Objectivs des Fernrohres, welches ich hier als ein doppeltes, von beiden Abweichungen der Kugelgestalt und der Farbenzerstreuung bereits befreites, voraussetze. Die Brennweite desselben sey p, der Öffnungshalbmesser z und $z = p\omega$. Für die zweite und dritte Linse wollen wir diese Gröfsen mit einem und mit zwei Strichen bezeichnen. Die Vergröfserungszahl des Fernrohres soll m, und der Halbmesser des Gesichtsfeldes φ heifsen. Die-

ses vorausgesetzt, hat man aus den ersten optischen Gründen die bekannten Gleichungen

$$\alpha\alpha' = a'a''.m,\quad p'\omega' = (\alpha + a')\varphi,\quad \omega'' - \omega' = (m-1)\varphi$$

$$\text{und}\quad \frac{1}{p'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{\alpha'},$$

auf welchen die ganze Theorie der Fernröhre mit drei Linsen beruht. Da übrigens bei jedem Fernrohre die auf das Objectiv fallenden sowohl, als die aus dem letzten Oculare austretenden Strahlen unter sich sehr nahe parallel seyn müssen, so ist in den vorhergehenden Ausdrücken $\alpha = p$ und $a'' = p''$. Endlich ist, da wir in dem Fernrohre nur ein wahres Bild voraussetzen, die Gröfse m negativ.

Um zuerst jenen Gleichungen eine zu unserem Zwecke bequemere Gestalt zu geben, wollen wir $\omega'' = \theta.\omega'$ und $a' = k.a'$ annehmen, wodurch man erhält

$$\left.\begin{aligned} p' &= -\frac{p}{h}(\theta-1),\quad p'' = \frac{p}{k\,m},\\ a' &= -\frac{p}{h}(\theta-1)(k+1) \text{ und } \alpha' = -\frac{p\,(\theta-1)(k+1)}{h\,k}\end{aligned}\right\}\ \ldots\ (A)$$

wo der Kürze wegen $h = \theta - m + (\theta-1)k$ gesetzt worden ist.

Kennt man so die Gröfsen a', α' und p'', so hat man auch die Distanzen der Linsen von einander. Es ist nämlich die Entfernung der beiden ersten

$$\Delta = \alpha + a' = -\frac{p\,(m-1)}{h},$$

und die der beiden letzten

$$\Delta' = \alpha' + a'' = \frac{p}{m\,h\,k}\left[\theta - m + (\theta-1)\left[(1-m)\,k - m\right]\right],$$

wo bekanntlich diese beiden Distanzen Δ und Δ' positiv ,so wie $\omega' > (1+k)\frac{z}{p}$ und $\omega'' > \frac{k\,z}{p}$ seyn müssen. Endlich hat man für den Ort des Auges hinter der drit-

ten Linse den Ausdruck $\frac{p\,\omega''}{m^2 A\varphi}$, der daher ebenfalls positiv seyn muſs, wenn anders das Auge das ganze Gesichtsfeld übersehen soll.

Aus dem Vorhergehenden folgt, daſs unsere Aufgabe, die Bestimmung eines Fernrohres von drei Linsen, eine unendliche Menge von Auflösungen zulasse, selbst wenn wir, wie wir hier voraussetzen, die Linsen alle convex, oder die drei Gröſsen p, p', p'' alle positiv annehmen. Diese Unbestimmtheit des Problems folgt aus der Willkür, mit welcher die beiden Gröſsen k und θ angenommen werden können. Doch ist auch wieder die Willkür dieser Annahme durch die Natur des Gegenstandes, mit welchem sich das Problem beschäftiget, beschränkt, und es ist daher nothwendig, zuerst die *Grenzen* aufzusuchen, zwischen welche jene Gröſsen fallen müssen.

Nehmen wir zuerst an, daſs das Gesichtsfeld des Fernrohres so groſs als möglich seyn soll, worin allerdings eine der Hauptforderungen besteht, die an jedes gute Fernrohr gemacht werden sollen, so wird man $\omega''=-\omega'$, das heiſst $\theta=-1$ setzen, und dann gehen die vorhergehenden Gleichungen in folgende über:

$$\left.\begin{array}{l} p'=\frac{2p}{h},\ p''=\frac{p}{km},\ a'=\frac{2p}{h}(k+1),\ a'=\frac{2p(k+1)}{hk} \\ \text{und } \Delta=-\frac{p}{h}(m-1),\ \Delta'=\frac{p}{hkm}(m-1)(2k+1), \end{array}\right\}\ldots(\text{I})$$

wo $h=-1-m-2k$ ist.

Da ferner $\omega'>(1+k)\frac{z}{p}$, und bei allen guten Fernröhren ω' höchstens $\frac{1}{4}$, und $\frac{z}{p}$ nahe 0.05 ist, so zeigt die letzte Gleichung, daſs $k<4$ seyn muſs, so wie aus der Gleichung $p''=\frac{p}{km}$ folgt, daſs k eine negative

Gröfse ist. Ferner hat man

$$\Delta' = -\frac{p(m-1)(2k+1)}{k\,m(1+m+2k)};$$

und da Δ' immer positiv, Am aber, nach dem Vorhergehenden, so wie $-p(m-1)$, positiv, und $1+m+2k$ negativ ist, so folgt, dafs $(2k+1)$ eine negative Gröfse, dafs also auch das negative $k > \frac{1}{2}$ seyn mufs. Es fällt also immer k zwischen die beiden Grenzen $-\frac{1}{2}$ und -4.

Aber schon die erste Bemerkung, dafs nämlich die Gröfse $k = \frac{a'}{a}$ an sich negativ ist, ohne über die absolute Gröfse derselben etwas näher zu bestimmen, führt auf einen sehr wesentlichen Unterschied dieser Fernröhre, auf *zwei Classen* derselben, deren jede für sich betrachtet werden mufs. Es ist nämlich erstens entweder a' positiv, also a' negativ, und dann fällt das wahre Bild des Fernrohres zwischen die beiden letzten Linsen, und man erhält so diejenigen Oculare, welche man an die Fernröhre anzubringen pflegt, welche blofs zum Sehen, *aber nicht zum Messen*, bestimmt sind. Oder es ist zweitens a' positiv, also a' negativ, und dann fällt das wahre Bild zwischen die beiden ersten Linsen des Fernrohrs, wodurch man die Oculare erhält, welche man an den mit Mikrometern versehenen, und zum Messen bestimmten Fernröhren anbringt, damit nämlich die Rectification des Instrumentes und die Stellung der Fäden des Mikrometers nicht durch jede, oft nöthige Verstellung des Oculars, geändert werde.

Erste Classe von Doppelocularen.

$\theta = -1$, a' positiv und a' negativ.

Das wahre Bild fällt zwischen die zwei letzten Linsen.

Nimmt man die Vergröfserungszahl m bedeutend grofs an, wie dieses bei allen astronomischen Fernröh-

ren der Fall ist, so geben die vorhergehenden Gleichungen

$$a' = -\frac{2p}{m}(k+1) \quad \text{und} \quad \Delta' = -\frac{p}{km}(2k+1).$$

Da aber m, k und a' negativ, und Δ' positiv seyn soll, so folgt aus diesen Gleichungen, dafs das negative $k > 1$ seyn mufs. Es fällt daher k zwischen die Grenzen -1 und -4, und jede Annahme der Gröfse k zwischen diesen Grenzen constituirt gleichsam eine neue Art von diesen Doppelocularen der ersten Classe.

Erste Art. Sey $k = -\frac{(3m+1)}{2(m+1)}$, so geben die vorhergehenden Gleichungen (I.) für die Einrichtung des Doppeloculars

$$p' = -\frac{2p(m+1)}{m(m-1)}, \quad p'' = -\frac{2p(m+1)}{m(3m+1)},$$

$$\Delta = \frac{p(m+1)}{m}, \quad \Delta' = -\frac{4p(m+1)}{m(3m+1)},$$

$$a' = +\frac{p}{m} \quad \text{und} \quad a' = -\frac{2p(m+1)}{m(3m+1)}.$$

Ganz dieselben Ausdrücke findet auch Hr. Director *Prechtl* in seiner *Dioptrik*, und er erkennt diese schon früher von *Klügel* (*Anal. Diopt.* S. 183) gegebene Einrichtung des Doppeloculars als eine sehr brauchbare.

In der That gibt auch dieser Werth von k die Gröfse $a' = p''$, das heifst, das wahre Bild fällt genau in die Mitte zwischen die beiden letzten Linsen, also in die vortheilhafteste Stelle. Je näher überhaupt die Gröfse k an $-\frac{3}{2}$ genommen wird, desto näher fällt das Bild zur Mitte der beiden Linsen: und je näher k an der Grenze -1 genommen wird, desto näher fällt das Bild an die zweite Linse, welcher letzte Fall daher vermieden werden mufs, weil sonst der Staub oder die Streifen dieser zweiten Linse zu sichtbar werden.

Zweite Art. $k = -\frac{1}{2}$ gibt

$$p' = -\frac{2p}{m-2}, \quad p'' = -\frac{2p}{3m},$$

$$\Delta = \frac{p(m-1)}{m-2}, \quad \Delta' = -\frac{4p(m-1)}{3m(m-2)},$$

$$a' = \frac{p}{m-2} \quad \text{und} \quad a' = -\frac{2p}{3(m-2)};$$

eine Einrichtung, die nahe eben so brauchbar ist, als die der ersten Art.

Für alle diese Oculare ist die Entfernung des Auges von der letzten Linse gleich $\frac{p(m-1)}{2m^2k}$, und der Halbmesser des Gesichtsfeldes $\varphi = \frac{2\omega'}{m-1}$. Nimmt man daher, wie gewöhnlich, $\omega' = \frac{1}{4}$, so hat man

$$\varphi = \frac{1719}{m-1} \text{ Minuten.}$$

Für ein besonderes Beispiel sey $k = -1.6$, $p = 60$ Zolle und $m = -30$, so wie $z' = 0.93$ gegeben, so findet man für die Construction des Oculars

$$p' = 3.727 \text{ Zolle}, \quad \Delta = 57.76,$$
$$p'' = 1.250, \quad \Delta' = 2.647.$$

Ferner ist $\omega' = \frac{z'}{p'} = \frac{1}{4} = -\omega''$, also auch der Öffnungshalbmesser der dritten Linse $z'' = p''\omega' = 0.312$, und das halbe Gesichtsfeld $\varphi = \frac{1719}{31} = 55.4$ Minuten. Diese Einrichtung stimmt sehr nahe mit jener, welche *Ramsden*, *Dollond*, *Fraunhofer* u. a. ihren Doppeloculären der ersten Classe für astronomische Fernröhre gegeben haben.

Sey für ein zweites Beispiel, um bei einer schwachen Vergrößerung ein desto größeres Gesichtsfeld zu erhalten, $k = -1.6$, $p = 25$, $m = 10$ und $z' = 1.15$ gegeben, so findet man

$$p' = 4.098, \quad \Delta = 22.541,$$
$$p'' = 1.562, \quad \Delta' = 3.099,$$
$$\omega' = \frac{z'}{p'} = 0.286 \text{ und } z'' = p''\omega'' = p''\omega' = 0.447,$$
so wie $\varphi = 178.8$ Minuten,

und diese Einrichtung stimmt ebenfalls sehr nahe mit derjenigen überein, die *Fraunhofer* seinen sogenannten Kometensuchern gegeben hat.

Endlich lassen sich noch mehrere andere Voraussetzungen für k aufstellen, die an sich interessante, aber für die Ausübung unbrauchbare Resultate herbeiführen. So gibt $k = -1$ die erste Distanz $\Delta = p$, und die zweite $\Delta' = p''$, oder hier steht die zweite Linse genau in dem gemeinschaftlichen Brennpuncte der beiden anderen, daher auch das Bild auf die zweite Linse selbst fällt. Für $K = \frac{-1}{m+2}$ hat man $\Delta = \Delta'$, oder die zweite Linse steht in der Mitte der beiden übrigen; ein Fall, der übrigens aufser unsere Betrachtung fällt, da nach dem Vorhergehenden $k > -1$ seyn soll. Soll ferner das Bild in die letzte Linse selbst fallen, so ist $k = -\frac{1}{2}(m+1)$, ein ganz unbrauchbarer Fall, da er auf eine unendliche Länge des Rohrs führt. Setzt man endlich $k = -\frac{1}{2}$, so ist $\Delta' = 0$, oder die beiden letzten Linsen fallen in eine einzige zusammen; ein Fall, der nicht mehr in diese erste Classe der Oculare gehört, da er $a' = -\frac{p}{m}$ positiv gibt, oder da für ihn das Bild zwischen die beiden ersten Linsen fällt, u. s. w.

Zweite Classe von Doppeloculären.

$\theta = -1$, a' negativ und a' positiv.

Das wahre Bild fällt zwischen die zwei ersten Linsen.

Diese Classe von Ocularen sucht man vergebens in *Euler's* zahlreichen optischen Schriften, in *Klügel's* anal.

Dioptrik, oder in sonst einem Schriftsteller über diesen Gegenstand. Der erste, der sie bei den astronomischen Instrumenten practisch einführte, war *Ramsden*, der auch in den *Philos. Transact.* f. 1783, pag. 94, die Theorie derselben aufzustellen versuchte. Er erkannte, wie es von einem Künstler seiner Art zu erwarten ist, die Nachtheile der Oculare der ersten Classe für messende Instrumente sehr wohl, indem er bemerkt, dafs jede kleine Verrückung des Oculars, die wegen den verschiedenen Augen der Beobachter, wegen der Reinigung der Linsen, u. s. w. oft unvermeidlich ist, die Rectification des ganzen Instrumentes störe; dafs zweitens das Collectivglas oder die zweite Linse das von dem Objective erzeugte Bild *verkleinere*, daher die Brennweite der dritten Linse wieder bedeutend kürzer gemacht werden müsse, wodurch selbst die feinsten Fäden des Mikrometers viel zu dick erscheinen, um noch bei sehr feinen Messungen mit Sicherheit gebraucht werden zu können, und dafs endlich bei den Ocularen der ersten Classe gleiche Intervalle der Fäden oder gleiche Anzahl der Schraubenumgänge nicht auch gleichen Intervallen des beobachteten Objectes entsprechen. Diesen Nachtheilen wollte er anfangs durch ein Zurückgehen auf die früher gebrauchte einfache Ocularlinse begegnen, wodurch aber wieder ein beinahe um die Hälfte vermindertes Gesichtsfeld eingeführt wurde, welches viele Gattungen astronomischer Beobachtungen, z. B. die Messung des Durchmessers der Sonne und des Mondes, unmöglich machte. Später suchte er diese einfache Linse, nach Art der Objective, doppelt zu machen, und aus einer convexen und concaven Linse zusammen zu setzen, fand aber bald, dafs solche Oculare eine zu grofse Öffnung fordern, einen grofsen Lichtverlust verursachen, und überdiefs von der Kugelabweichung nur schwer zu be-

freien sind. Endlich verfiel er auf den Bau solcher Oculare, für welche das Bild zwischen das Objectiv und die Collectivlinse fällt, und von denen hier, als von den Ocularen der zweiten Classe, die Rede ist. Er war mit dem Erfolg seiner zu diesem Zwecke angestellten practischen Versuche sehr zufrieden, aber nicht eben so mit dem, was er die Theorie desselben nennt, indem er sich am Ende seiner Abhandlung dahin äufsert: *that to give a proper demonstration, would require more leisure, that is consistent with the situation of one not very conversant with mathematics, and therefore the whole is only given in hopes, that some person of more abilities in the science of optics will favour us with a general theorem, in order that its application may be more universal.* Dieses offene, den grofsen Künstler ehrende Selbstgeständnifs mag die erst kürzlich aufgestellte Behauptung eines neueren optischen Schriftstellers erläutern, der es lächerlich findet, bei den ersten optischen Künstlern Englands nicht auch zugleich die ersten und höchsten Kenntnisse der Mathematik vorauszusetzen.

Gehen wir wieder auf unsere vorhergehenden Ausdrücke zurück, so hat man, wenn man m bedeutend grofs annimmt:

$$a' = -\frac{2p}{m}(k+1) \quad \text{und} \quad \Delta' = -\frac{p}{km}(2k+1).$$

Diese zwei Gleichungen bestimmen sofort die zwei sehr nahe liegenden Grenzen, zwischen welche für diese Oculare der zweiten Classe die Gröfse k fallen mufs. Da nämlich m und k negativ, und Δ' und a' positiv seyn sollen, so zeigt die erste Gleichung, dafs $k < -1$, und die zweite, dafs $k > -\frac{1}{2}$ ist, so dafs also k zwischen die Grenzen -1 und $-\frac{1}{2}$ fällt. Zugleich folgt aus der ersten Gleichung, dafs a' desto kleiner seyn, oder dafs

das Bild desto näher an die zweite Linse fallen wird, je näher k der ersten Gröfse -1 genommen wird.

Dieses vorausgesetzt, ist die von *Ramsden* gesuchte Theorie dieser zweiten Classe von Ocularen unmittelbar wieder durch die vorhergehenden Gleichungen (I.) gegeben, wenn man in ihnen k zwischen -1 und $-\frac{1}{2}$ nimmt, während für die erste Classe $k > -1$ genommen werden mufste.

Erste Art. Nimmt man den Werth von k in der Mitte zwischen jenen beiden Grenzen oder $k = -\frac{3}{4}$, so hat man für die Einrichtung des Oculars

$$p' = -\frac{4p}{2m-1}, \quad p'' = -\frac{4p}{3m},$$

$$\Delta = \frac{2p(m-1)}{2m-1}, \quad \Delta' = -\frac{4p(m-1)}{3m(2m-1)},$$

$$a' = -\frac{p}{2m-1} \text{ und } \alpha' = \frac{4p}{3(2m-1)}.$$

Zweite Art. Für $k = -\frac{10}{11}$ erhält man

$$p' = \frac{22p}{9-11m}, \quad p'' = -\frac{11p}{10m},$$

$$\Delta = -\frac{11p(m-1)}{9-11m}, \quad \Delta' = \frac{99p(m-1)}{10m(9-11m)},$$

$$a' = \frac{2p}{9-11m} \text{ und } \alpha' = -\frac{22p}{10(9-11m)}.$$

Für einen besonderen Fall der zweiten Art sey $p = 60$, $m = -30$ und $z' = 0.9735$, so hat man

$p' = 3.894$, $p'' = 2.200$, $\Delta = 60.36$, $\Delta' = 1.811$,

$\omega' = \frac{z'}{p'} = \frac{1}{4}$, $z'' = p''\omega' = 0.55$ und $\varphi = 55.45$ Minuten.

Eben so gibt $k = -\frac{10}{13}$, $p = 60$, $m = -100$ und $z' = 0.298$ für die Einrichtung des Oculars

$p' = 1.193$, $p'' = 0.780$, $\Delta = 60.28$, $\Delta'' = 0.422$,

$\omega' = \frac{1}{4}$, $z'' = 0.195$ und $\varphi = 17.02$ Minuten.

Beide Beispiele stimmen sehr nahe mit den Doppelocu-

laren überein, welche *Fraunhofer* an seinen Mittagsröhren und Meridiankreisen anzubringen pflegte.

Nähme man für k den einen Grenzwerth dieser Gröfse, oder $k = -1$, so erhält man $\Delta = p$ und $\Delta' = p'' = -\frac{p}{m}$, oder die zweite Linse steht in dem gemeinschaftlichen Brennpuncte der beiden anderen, und das Bild fällt in die zweite Linse. Für die andere Grenze $k = -\frac{1}{2}$ wird $\Delta' = 0$, oder die beiden letzten Linsen fallen zusammen, auch sind ihre Brennweiten gleich, da $p' = p'' = -\frac{2p}{m}$ ist.

Nimmt man endlich die Vergröfserungszahl m überhaupt sehr grofs gegen die Einheit, wie dieses bei den Fernröhren mit solchen Ocularen meistens der Fall ist, so gehen die Gleichungen (I.) in folgende einfachere über:

$$p' = -\frac{2p}{m}, \quad p'' = \frac{p}{km}, \quad \Delta' = -\frac{p(1+2k)}{km},$$

$$a' = -\frac{2p}{m}(1+k) \quad \text{und} \quad \alpha' = -\frac{2p}{km}(1+k).$$

Setzt man in diesem besonderen Falle für ein einzelnes Beispiel $k = -\frac{9}{10}$, so erhält man

$$p' = -\frac{2p}{m}, \quad p'' = -\frac{10p}{9m}, \quad \Delta' = -\frac{8p}{9m},$$

$$a' = -\frac{p}{5m} \quad \text{und} \quad \alpha' = +\frac{2p}{9m},$$

welche Einrichtung Hr. Director *Prechtl* in seiner Dioptrik zur Verfertigung dieser Oculare vorschlägt.

Alles Vorhergehende setzt $\theta = -1$ oder $\omega'' = -\omega'$ voraus, wodurch nämlich das Gesichtsfeld so grofs als möglich, und daher eine der wesentlichsten Bedingungen eines jeden guten Fernrohres erfüllt wird. Es gibt aber ohne Zweifel auch noch andere Voraussetzungen für θ, welche, wenn man sich zu besonderen Absichten

ein kleineres Gesichtsfeld gefallen läfst, andere Vorzüge des Fernrohres mit sich führen, und daher einer näheren Betrachtung nicht unwürdig sind.

Dritte Classe.

Setzt man $\theta = \infty$ oder $\omega' = 0$, so gehen die ersten oben gegebenen Gleichungen in folgende über:

$$p' = -\frac{p}{k+1},\quad p'' = \frac{p}{km},\quad \Delta = 0,\quad \Delta' = -\frac{(m-1)p}{km},$$
$$a' = -p \quad \text{und} \quad \alpha' = -\frac{p}{k}.$$

Alle Fernröhre dieser dritten Classe mit drei Linsen geben also, wegen $\Delta = 0$, ein *doppeltes Objectiv*.

Nimmt man, wie bisher immer vorausgesetzt wurde, alle Brennweiten positiv, so zeigt der Ausdruck für Δ', dafs k eine negative Zahl seyn müsse, die gröfser als die Einheit ist. Die Vergröfserung dieser Fernröhre ist $m = \frac{p}{kp''}$, also kleiner als bei den gemeinen astronomischen Fernröhren mit zwei Linsen, so wie auch das Gesichtsfeld $\varphi = \frac{3438\,\omega''}{m-1}$ um die Hälfte kleiner, als bei den Fernröhren der zwei ersten Classen, daher wir uns nicht weiter bei ihnen aufhalten wollen.

Vierte Classe.

Setzt man $\theta = 0$ oder $\omega'' = 0$, so kann die Öffnung der letzten Linse so klein als möglich seyn, und man erhält

$$p' = -\frac{p}{k+m},\quad p'' = \frac{p}{km},$$
$$a' = -\frac{p(k+1)}{k+m},\quad \alpha' = -\frac{p(k+1)}{k(k+m)},$$
$$\Delta = \frac{p(m-1)}{k+m} \quad \text{und} \quad \Delta' = -\frac{p(m-1)}{m(k+m)},$$

wo wieder k negativ und kleiner als 4 seyn mufs. Für

$k = -1$ hat man $\Delta = p$ und $\Delta' = p''$, oder die zweite Linse steht in dem gemeinschaftlichen Brennpuncte der beiden anderen, u. s. w.

Fünfte Classe.

Setzt man $\theta = m$, so ist $\varphi = \omega' = 859$ Minuten für $\omega' = \frac{1}{4}$, und man hat $\omega'' = \frac{m}{4}$, oder die Öffnung der letzten Linse sehr grofs, und zur Bestimmung des Fernrohres

$$p' = -\frac{p}{k}, \quad p'' = \frac{p}{km},$$

$$\Delta = -\frac{p}{k}, \quad \Delta'' = [k(1-m) - m] \cdot \frac{p}{k^2 m};$$

$k = -1$ gibt wieder $a' = \alpha' = 0$, $p' = \Delta$ und $p'' = \Delta'$, so wie $p' = p$, wie zuvor.

* * *

Ohne diesen Gegenstand weiter zu verfolgen, wird es angemessener seyn, zu bemerken, dafs alle vorhergehenden Betrachtungen noch gar keine Rücksicht auf denjenigen Theil der Farbenzerstreuung, der von den Ocularen entsteht, genommen haben, denn die Zerstreuung des Objectivs wurde durch die Annahme einer Doppellinse bereits als aufgehoben vorausgesetzt. Da aber dem ungeachtet die in den beiden ersten Classen gefundenen Oculare schon so nahe mit denen von *Dollond*, *Ramsden*, *Fraunhofer* u. a. übereinstimmend waren, so folgt schon daraus, dafs die Farbenzerstreuung der *Oculare* wohl nur sehr wenig auf die Brauchbarkeit des Fernrohres nachtheilig einwirken, und daher öfters, wenn wesentlichere Vortheile berücksichtiget werden, ohne merkbaren Fehler gänzlich vernachlässiget werden könne. Dort aber, wo diese Rücksicht, ohne anderen Forderungen zu nahe zu treten, genommen werden kann, wird es auch nicht mehr erlaubt seyn, sie zu übergehen, und

es ist daher zur Vervollständigung dieses Gegenstandes noch übrig, die zweckmäfsigste Einrichtung der *achromätischen* Doppeloculare jener beiden ersten Classen zu suchen.

Die vorhergehenden Gleichungen (A) geben

$$\frac{p''}{a'} = \frac{-[\theta - m + (\theta - 1)k]}{m(\theta - 1)(k + 1)},$$

wo $k = \frac{a'}{a'}$ und $\theta = \frac{\omega''}{\omega'}$ angenommen wurde.

Die Vernichtung des farbigen Randes des Bildes aber wird nach bekannten optischen Gründen durch die Bedingungsgleichung gegeben:

$$0 = \omega' + \frac{p''\omega''}{a'} \quad \text{oder} \quad \frac{p''}{a'} = -\frac{1}{\theta}.$$

Setzt man daher diese beiden Werthe von $\frac{p''}{a'}$ einander gleich, so erhält man

$$\frac{\theta - m + (\theta - 1)k}{m(\theta - 1)(k + 1)} = \frac{1}{\theta},$$

und durch diese Gleichung, die also den vorhergehenden Gleichungen (A) als die Bedingung der Farbenlosigkeit noch hinzugesetzt werden mufs, wird zugleich die Gröfse k, die jetzt nicht mehr willkürlich ist, bestimmt, so dafs man hat

$$k = \frac{2m\theta - \theta^2 - m}{(\theta - 1)(\theta - m)}.$$

Substituirt man daher diesen Werth von k in den allgemeinen Gleichungen (A), so erhält man für die Construction der achromatischen Doppeloculare die Ausdrücke:

$$\left.\begin{aligned} p' &= -\frac{p(\theta-1)(\theta-m)}{m(m-1)}, \quad \Delta = -\frac{p(\theta-m)}{m}, \quad a' = -\frac{p\theta}{m} \\ p'' &= -\frac{p(\theta-1)(\theta-m)}{m(\theta^2-2m\theta+m)}, \quad \Delta' = \frac{p(\theta-1)^2.(\theta-m)}{m(\theta^2-2m\theta+m)}, \\ a' &= \frac{p\theta(\theta-1)(\theta-m)}{m(\theta^2-2m\theta+m)} \end{aligned}\right\} \text{..(II.)}$$

Diese allgemeinen Gleichungen gehören für beide Classen der Oculare, oder vielmehr für alle Gattungen von Fernröhren mit drei Linsen. Um daher auch hier wieder die vorzüglichsten Classen derselben besonders zu betrachten, so hat man für die

Erste Classe

a' positiv und a' negativ.

Das Bild fällt zwischen die zwei letzten Linsen.

Hier werden also, da die unbestimmte Gröfse k nicht mehr vorkömmt, die Eintheilungen nach den Werthen von θ geordnet werden müssen, und da für diese erste Classe a' negativ und p positiv, so wie m eine an sich negative Gröfse ist, so mufs θ negativ seyn. Da ferner für grofse m der Werth von $a' = -\frac{p\theta(\theta-1)}{m(1-2\theta)}$ positiv seyn soll, so mufs auch $\frac{\theta(\theta-1)}{1-2\theta}$ positiv seyn, woraus folgt, dafs θ zwischen die Grenzen $\theta = 0$ und $\theta = -\infty$ fällt. Allein diese Grenzen müssen noch viel enger zusammen gezogen werden; denn ist ω' die gröfste der beiden Gröfsen ω' und ω'', so soll immer $\omega'' < \omega'$, oder doch höchstens $\omega'' = \omega'$, das heifst, höchstens $\theta = -1$ seyn, daher für diese erste Classe die Gröfse θ zwischen die Grenzen 0 und -1 fallen mufs.

Erste Art. Sey $\theta = -1$, so hat man durch die Gleichungen (II.)

$$p' = -\frac{2p(m+1)}{m(m-1)},\quad \Delta = \frac{p(m+1)}{m},\quad a' = \frac{p}{m},$$

$$p'' = -\frac{2p(m+1)}{m(3m+1)},\quad \Delta' = -\frac{4p(m+1)}{m(3m+1)},\quad a' = -\frac{2p(m+1)}{m(3m+1)},$$

also auch $a' = p''$ und $\Delta' = 2p''$.

Es ist merkwürdig, dafs diese Ausdrücke durchaus mit jenen identisch sind, welche wir schon oben für die

erste Art der ersten Classe gefunden haben, so dafs durch die blofse Stellung des Bildes in der Mitte zwischen den beiden letzten Linsen die Farbenlosigkeit des Bildes von selbst erreicht wird. Noch hat diese erste Art den Vortheil, dafs sie das gröfstmögliche Gesichtsfeld, nämlich $\varphi = \frac{6876\,\omega'}{m-1}$ Minuten gibt.

Sey für einen besonderen Fall $\theta = -1$, $p = 70$, $m = -100$ und $z' = 0.3$, so erhält man
$p' = 1.372$, $\Delta = 69.300$, $\omega' = 0.219 = -\omega'$,
$p'' = 0.463$, $\Delta' = 0.927$, $z'' = 0.101$
und $\varphi = 14.91$ Minuten, ganz mit *Dollond*, *Fraunhofer* u. a. übereinstimmend. Andere Werthe von θ zwischen 0 und -1 geben andere Einrichtungen, die aber alle, wenn ein grofses Gesichtsfeld gefordert wird, dieser ersten Art nachstehen.

Zweite Classe.

a' negativ und a' positiv.

Das Bild fällt zwischen die zwei ersten Linsen.

Ein positives a' gibt auch ein positives θ, und ein negatives a' gibt auch $\frac{\theta(\theta-1)}{1-2\theta}$ negativ, also soll θ zwischen 0 und $+\infty$ fallen. Da aber, nach dem Vorhergehenden, die Gröfse θ nie gröfser als die Einheit seyn soll, so mufs θ zwischen 0 und $+1$ fallen. Ja selbst diese Grenzen müssen noch enger zusammen gezogen werden. Da nämlich $\frac{\theta(\theta-1)}{1-2\theta}$ negativ seyn soll, so darf θ nicht zwischen $+\frac{1}{2}$ und $+1$ fallen, also fallen alle Werthe von θ zwischen 0 und $+\frac{1}{2}$.

Bei dieser Rücksicht auf die Farbenzerstreuung ist also, für die Doppeloculare der zweiten Classe, der für die Gröfse des Gesichtsfeldes günstigste Fall $\theta = -1$ ganz *unmöglich*, oder wenn man bei diesen Ocularen

den farbigen Rand wegbringen will, so kann dieses *nur auf Kosten des Gesichtsfeldes* geschehen, da selbst die Grenze $\theta = \frac{1}{2}$ schon auf unmögliche Resultate führt.

Erste Art. $\theta = \frac{1}{4}$ gibt nach den Gleichungen (II.)

$$p' = \frac{3p(1-4m)}{16m(m-1)}, \quad \Delta = -\frac{p(1-4m)}{4m}, \quad a' = -\frac{p}{4m},$$

$$p'' = \frac{3p(1-4m)}{m(1+8m)}, \quad \Delta' = \frac{9p(1-4m)}{4m(1+8m)}, \quad \alpha = -\frac{3p(1-4m)}{4m(1+8m)},$$

also für nur etwas gröfsere m sogar $p' < p''$. Solche Doppeloculare aber, für welche die Brennweite der zweiten Linse kleiner, als die der dritten ist, kennt weder *Fraunhofer*, noch sonst einer der übrigen Künstler, weil sie auch in der That den vorhergehenden in Beziehung auf die Ausübung weit nachstehen, und man sich immer eine kleine, für unsere Sinne noch unmerkliche Farbenzerstreuung gefallen lassen wird, um nur das Gesichtsfeld nicht zu sehr zu verkleinern. Daraus folgt also, dafs die Oculare der zweiten Classe, wenn sie nicht ein kleineres Gesichtsfeld geben sollen, von der Farbenabweichung nicht befreit werden können, und dafs auch die besten Künstler bei der Verfertigung derselben keine Rücksicht auf diese Farbenabweichung genommen haben, eben so wenig als auf die noch viel geringere Abweichung wegen der sphärischen Gestalt der Ocularlinsen, wie schon daraus folgt, dafs diese Linsen durchaus *planconvex* sind, da doch die letztgenannte Abweichung nur durch zwei verschiedene Krümmungshalbmesser der Linsen weggebracht werden kann.

Ganz anders aber würde sich die Sache verhalten, wenn von solchen Fernröhren mit drei convexen Linsen die Rede ist, welche *zwei* wahre Bilder haben, und für welche daher die Gröfse $k = \frac{a'}{a'}$ positiv ist, während sie bisher immer negativ vorausgesetzt wurde. Solche

Fernröhre mit drei Linsen und zwei wahren Bildern wurden bisher noch nicht von den Künstlern ausgeführt, und wir wollen daher zum Schlusse dieses Gegenstandes die Gründe aufsuchen, welche sie an dieser Ausführung gehindert haben mögen.

Die dritte der Gleichungen (A) zeigt, dafs das positive $\theta > 1$ seyn müsse, da für gröfsere Werthe von m die Gröfse h negativ, und da das positive $k < 4$ und a' ebenfalls positiv seyn soll. Aus $\theta > +1$ folgt aber, dafs das Gesichtsfeld dieser Fernröhre immer nur *sehr klein* seyn kann. Ferner ist aus bekannten optischen Gründen der Halbmesser R der Kugelabweichung, wenn man die *Euler*'sche Bedeutung der Gröfsen μ, ν und λ beibehält:

$$R = \frac{mx^3}{4p^3}\left[\mu\lambda + \frac{\mu' p' (k+1)^2}{k^4 p}\cdot[\lambda(k+1)^2 + \nu k] + \frac{\mu''\lambda''}{k^3 m}\right].$$

Da aber in diesem Ausdrucke alle durch μ, μ' und μ'' multiplicirten Gröfsen durchaus *positiv* sind, so kann R nie gänzlich verschwinden, und es bleibt daher, um wenigstens den Werth von R sehr klein zu machen, nichts übrig, als die Gröfse p sehr grofs zu nehmen, wodurch aber die Länge des Fernrohres ebenfalls sehr grofs, und zum Gebrauche unbequem wird. Endlich hat man zur Vernichtung der Farben die Bedingungsgleichung

$$\frac{p''}{a'} + \frac{1}{\theta} = 0,$$

der aber auch nicht genug geschehen kann, da die in ihr enthaltenen Gröfsen p', a' und θ, nach der Voraussetzung, sämmtlich positiv sind. Diese Gattung von Fernröhren mufs daher verworfen werden, da sie bei einer viel zu grofsen Länge doch nur ein sehr kleines Gesichtsfeld geben, und überdiefs weder von der Abweichung wegen der Gestalt der Linsen, noch von der Farbenzerstreuung befreit werden können.

III.

Über die Integration der sogenannten linearen Differenzialgleichung der n^{ten} Ordnung mit constanten Coefficienten, wenn die dabei zu gebrauchende Hülfsgleichung gleiche Wurzeln darbietet;

von

K a r l L a m l a.

Das sinnreiche und gegenwärtig wohl allgemein bekannte Verfahren, durch welches *Lagrange* das vollständige Integral der Differenzialgleichung

$$(1)\quad \frac{d^n y}{dx^n} + P_1 \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + P_2 \frac{d^{n-2} y}{dx^{n-2}} + \ldots + P_{n-1} \frac{dy}{dx} + P_n y = X,$$

worin $P_1, P_2, \ldots P_{n-1}, P_n$ und X gegebene Functionen der Variablen x bedeuten, und dx constant gedacht wird, aus n particulären, auf die Form $y = f(x)$ gebrachten, unter einander in keinem beständigen Verhältnisse stehenden Integralien

$$y = Y_1,\quad y = Y_2,\quad y = Y_3,\quad \ldots\ y = Y_n$$

der einfacheren Differenzialgleichung

$$(2)\quad \frac{d^n y}{dx^n} + P_1 \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + P_2 \frac{d^{n-2} y}{dx^{n-2}} + \ldots + P_{n-1} \frac{dy}{dx} + P_n y = 0$$

darzustellen gelehrt hat, erfordert blofs (man sehe *Ettingshausen's* Vorlesungen, Bd. I., S. 391) die Bestimmung der Unbekannten $X_1, X_2, X_3, \ldots X_n$ aus den n Gleichungen des ersten Grades:

$$(3)\quad Y_1 X_1 + Y_2 X_2 + Y_3 X_3 + \ldots + Y_n X_n = 0$$

$$\frac{dY_1}{dx} X_1 + \frac{dY_2}{dx} X_2 + \frac{dY_3}{dx} X_3 + \ldots + \frac{dY_n}{dx} X_n = 0$$

$$\frac{d^2Y_1}{dx^2} X_1 + \frac{d^2Y_2}{dx^2} X_2 + \frac{d^2Y_3}{dx^2} X_3 + \ldots + \frac{d^2Y_n}{dx^2} X_n = 0$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{d^{n-2}Y_1}{dx^{n-2}} X_1 + \frac{d^{n-2}Y_2}{dx^{n-2}} X_2 + \frac{d^{n-2}Y_3}{dx^{n-2}} X_3 + \ldots$$

$$\ldots + \frac{d^{n-2}Y_n}{dx^{n-2}} X_n = 0$$

$$\frac{d^{n-1}Y_1}{dx^{n-1}} X_1 + \frac{d^{n-1}Y_2}{dx^{n-1}} X_2 + \frac{d^{n-1}Y_3}{dx^{n-1}} X_3 + \ldots$$

$$\ldots + \frac{d^{n-1}Y_n}{dx^{n-1}} X_n = X.$$

Hat man diese gefunden, so ist

$$(4)\quad y = Y_1 \int X_1\, dx + Y_2 \int X_2\, dx + Y_3 \int X_3\, dx + \ldots$$

$$\ldots + Y_n \int X_n\, dx,$$

worin jedes der Integralien $\int X_1\, dx$, $\int X_2\, dx$, etc. eine unbestimmte Constante mit sich führt, das allgemeine Integral der Differenzialgleichung (1).

Will man diese Methode auf die Integration der Differenzialgleichung

$$(5)\quad \frac{d^n y}{dx^n} + A_1 \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + A_2 \frac{d^{n-2} y}{dx^{n-2}} + \ldots$$

$$\ldots + A_{n-1} \frac{dy}{dx} + A_n y = X,$$

worin A_1, A_2, $\ldots$ A_{n-1}, A_n beständige Gröfsen sind, und X die frühere Bedeutung hat, anwenden, so handelt es sich zuerst um die Auffindung von n particulären Integralien derjenigen Gleichung, in welche (5) übergeht, wenn man die Nulle statt X setzt. Substituirt man zu diesem Ende in die genannte Gleichung für y den Ausdruck e^{ux}, wobei e die Grundzahl des natürlichen Logarithmensystems, und u eine noch unbestimmte Constante ist, so zeigt sich sogleich, dafs $y = e^{ux}$ durch

alle Werthe von u, welche der Gleichung

(6) $u^n + A_1 u^{n-1} + A_2 u^{n-2} + \ldots + A_{n-1} u + A_n = 0$

Genüge leisten, in eine Auflösung der Differenzialgleichung (5) für $X = 0$ verwandelt wird, und man hat demnach, wenn a_1, a_2, a_3, $\ldots$ a_n die n Wurzeln der Gleichung (6) vorstellen, in dem gegenwärtigen Falle

$Y_1 = e^{a_1 x}$, $Y_2 = e^{a_2 x}$, $Y_3 = e^{a_3 x}$, $\ldots$ $Y_n = e^{a_n x}$.

Was die Auflösung der Gleichungen (3) betrifft, so läfst sie sich für diese Werthe der Gröfsen

$$Y_1,\ Y_2,\ Y_3,\ \ldots\ Y_n$$

sehr leicht auf dem in *Ettingshausen's* Vorlesungen, I. Bd. S. 176 betretenen, ebenfalls von *Lagrange* zuerst gewiesenen Wege zu Stande bringen. (Man sehe unter andern auch *Lacroix Traité du calc. diff. et du calc. intégral*, *T. II. pag.* 330). Bezeichnet man das Polynom

$n u^{n-1} + (n-1) A_1 u^{n-2} + (n-2) A_2 u^{n-3} + \ldots + A_{n-1}$

durch $\varphi(u)$, so findet man

$$X_1 = \frac{X e^{-a_1 x}}{\varphi(a_1)},\ X_2 = \frac{X e^{-a_2 x}}{\varphi(a_2)},\ \ldots\ X_n = \frac{X e^{-a_n x}}{\varphi(a_n)},$$

mithin

$$(7)\quad y = \frac{e^{a_1 x}}{\varphi(a_1)} \int X e^{-a_1 x} dx + \frac{e^{a_2 x}}{\varphi(a_2)} \int X e^{-a_2 x} dx + \ldots$$
$$\ldots + \frac{e^{a_n x}}{\varphi(a_n)} \int X e^{-a_n x} dx$$

für das allgemeine Integral der Differenzialgleichung (5).

Statt $\varphi(a_1)$, $\varphi(a_2)$, $\ldots$ $\varphi(a_n)$ kann man auch die Producte

$$(a_1 - a_2)(a_1 - a_3) \ldots (a_1 - a_n)$$
$$(a_2 - a_1)(a_2 - a_3) \ldots (a_2 - a_n)$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$(a_n - a_1)(a_n - a_2) \ldots (a_n - a_{n-1})$$

setzen, welchen die genannten Gröfsen gleich kommen.

Die Formel (7) ist in ihrer gegenwärtigen Gestalt unbrauchbar, wenn einige der Wurzeln $a_1, a_2, a_3, \ldots$ der Hülfsgleichung (6) einander gleich sind; ich will versuchen, dieselbe durch eine einfache Umstaltung auf den erwähnten Fall auszudehnen. Ich nehme an, r der Gröfsen $a_1, a_2, a_3, \ldots$. z. B. die r ersten derselben seyen einander gleich, und beschäftige mich defshalb blofs mit dem Theile

$$(8)\quad \frac{e^{a_1 x}}{\varphi(a_1)} \int X e^{-a_1 x}\, dx + \frac{e^{a_2 x}}{\varphi(a_2)} \int X e^{-a_2 x} dx + \ldots$$
$$\ldots + \frac{e^{a_r x}}{\varphi(a_r)} \int X e^{-a_r x}\, dx = T,$$

auf den dieser Umstand Einfluſs hat. Um seinen Werth für den Fall $a_1 = a_2 = a_3 = \ldots = a_r$ kennen zu lernen, lasse ich vor der Hand die Gröfsen

$$a_1,\ a_2,\ a_3,\ \ldots\ a_r$$

eine arithmetische Progression bilden, deren Differenz $-w$ ist; d. h. ich setze

$$a_2 = a_1 - w,\ a_3 = a_1 - 2w,\ a_4 = a_1 - 3w, \ldots.$$
$$\ldots. a_r = a_1 - (r-1)w,$$

und stelle die r Producte

$$\begin{array}{l}
(a_1 - a_{r+1})(a_1 - a_{r+2}) \ldots. (a_1 - a_n) \\
(a_2 - a_{r+1})(a_2 - a_{r+2}) \ldots. (a_2 - a_n) \\
(a_3 - a_{r+1})(a_3 - a_{r+2}) \ldots. (a_3 - a_n) \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
(a_r - a_{r+1})(a_r - a_{r+2}) \ldots. (a_r - a_n)
\end{array}$$

durch $\psi(a_1), \psi(a_2), \psi(a_3), \ldots \psi(a_r)$ vor, so wird, wie eine leichte Überlegung lehrt:

$$\begin{aligned}
\varphi(a_1) &= (r-1)!\,\psi(a_1)\,.\,w^{r-1}, \\
\varphi(a_2) &= -(r-2)!\,\psi(a_1)\,.\,w^{r-1}, \\
\varphi(a_3) &= +2!\,(r-3)!\,\psi(a_3)\,.\,w^{r-1}, \\
\varphi(a_4) &= -3!\,(r-4)!\,\psi(a_4)\,.\,w^{r-1}, \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}$$

$$\varphi(a_{r-1}) = (-1)^{r-2}(r-2)!\,\psi(a_{r-1})\cdot w^{r-1},$$
$$\varphi(a_r) = (-1)^{r-1}(r-1)!\,\psi(a_r)\cdot w^{r-1},$$

wobei im Allgemeinen nach der von *Kramp* eingeführten Bezeichnung $\rho!$ statt des Productes $1.2.3.4\ldots(\rho-1)\rho$ steht.

Der Ausdruck (8) erhält hiedurch, wenn man zugleich den Factor $e^{a_r x}$ von demselben absondert, und der Kürze wegen U statt $Xe^{-a_1 x}$ schreibt, die Gestalt

$$T = \frac{e^{a_r x}}{w^{r-1}}\left[\frac{e^{(r-1)wx}}{(r-1)!\,\psi(a_1)}\int U\,dx\right.$$
$$-\frac{e^{(r-2)wx}}{1!\,(r-2)!\,\psi(a_2)}\int Ue^{wx}\,dx+\frac{e^{(r-3)wx}}{2!\,(r-3)!\,\psi(a_3)}\int Ue^{2wx}\,dx$$
$$\left.\ldots+\frac{(-1)^{r-1}}{(r-1)!\,\psi(a_r)}\int Ue^{(r-1)wx}\,dx\right];$$

oder, wenn man noch jedes Glied rechter Hand des Gleichheitszeichens mit $(r-1)!$ multiplicirt, und im Allgemeinen den Binomialcoefficienten

$$\frac{(r-1)!}{\rho!\,(r-\rho)!} = \frac{(r-1)(r-2)\ldots(r-\rho)}{1\cdot 2\ldots\ldots\rho}$$

durch das Symbol $\binom{r-1}{\rho}$ vorstellt, die Gestalt

$$(9)\quad T = \frac{e^{a_r x}}{(r-1)!\,\psi(a_1)}\left[\left(\frac{e^{wx}}{w}\right)^{r-1}\int U\,dx\right.$$
$$-\frac{\psi(a_1)}{\psi(a_2)}\cdot\binom{r-1}{1}\left(\frac{e^{wx}}{w}\right)^{r-2}\int U\left(\frac{e^{wx}}{w}\right)dx$$
$$+\frac{\psi(a_1)}{\psi(a_3)}\cdot\binom{r-1}{2}\left(\frac{e^{wx}}{w}\right)^{r-3}\int U\left(\frac{e^{wx}}{w}\right)^2 dx$$
$$\left.-\ldots+(-1)^{r-1}\cdot\frac{\psi(a_1)}{\psi(a_r)}\cdot\int U\left(\frac{e^{wx}}{w}\right)^{r-1}dx\right].$$

Entwickelt man die Quotienten $\frac{\psi(a_1)}{\psi(a_2)}, \frac{\psi(a_1)}{\psi(a_3)}, \ldots$ sämmtlich nach den steigenden Potenzen von w, so wird T in eine nach denselben Potenzen geordnete Reihe umgestaltet, deren erstes Glied T' offenbar aus dem rech-

ter Hand des Gleichheitszeichens in (9) befindlichen Ausdrucke hervorgeht, wenn man daselbst die Quotienten $\frac{\psi(a_1)}{\psi(a_2)}, \frac{\psi(a_1)}{\psi(a_3)}, \ldots$ wegläfst. Da ich im Folgenden, dem Zwecke gegenwärtiger Untersuchung gemäfs, ohnehin $\omega = 0$ setzen werde, wodurch sich der Ausdruck T auf genanntes erste Glied reducirt, so ist blofs nöthig, dieses weiter zu transformiren, wozu folgende Bemerkung behülflich seyn wird.

Sind Y und Z beliebige Functionen von x; A was immer für eine constante Gröfse, und m eine ganze positive Zahl, so ist

$$\alpha) \qquad \int U(A-Z)^m\,dx =$$
$$= A^m \int U\,dx - \binom{m}{1} A^{m-1} \int UZ\,dx + \binom{m}{2} A^{m-2} \int UZ^2\,dx$$
$$- \ldots + (-1)^m \int UZ^m\,dx.$$

Aber es ist auch

$$A - Z = A - K - (Z-K);$$

folglich, wenn man, in so ferne K constant ist, in der Gleichung α) $A-K$ statt A, und $Z-K$ statt Z schreibt:

$$\beta) \qquad \int U(A-Z)^m\,dx =$$
$$= (A-K)^m \int U\,dx - \binom{m}{1}(A-K)^{m-1} \int U(Z-K)\,dx$$
$$+ \binom{m}{2}(A-K)^{m-2} \int U(Z-K)^2\,dx$$
$$- \ldots + (-1) \int U(Z-K)^m\,dx.$$

Die in den Gleichungen α) und β) rechter Hand des Gleichheitszeichens sich befindenden Gröfsen müssen als geschlossene Entwickelungen eines und desselben Integrales nothwendig identisch seyn, d. h. die zweite mufs sich nach gehöriger Entwickelung der Potenzen von $Z-K$ genau auf die erste reduciren, was auch immer A bedeute: da nun A hinter dem Integralzeichen gar nicht erscheint, so mufs die Indentität beider Aus-

drücke auch noch bestehen, wenn man A irgend eine Function von x bedeuten läfst, wofern nur K constant bleibt. Es ist also für jedes variable V

$$\gamma)\quad V^m \int U\,dx - \binom{m}{1} V^{m-1} \int U Z\,dx + \binom{m}{2} V^{m-2} \int U Z^2\,dx - \ldots . + (-1)^m \int U Z^m\,dx =$$
$$= (V-K)^m \int U\,dx - \binom{m}{1} (V-K)^{m-1} \int U(Z-K)\,dx + \binom{m}{2} (V-K)^{m-2} \int U(Z-K)^2 dx - \ldots . + (-1)^m \int U\,(Z-K)^m\,dx.$$

Setzt man nun in γ)

$$V = Z = \frac{e^{wx}}{w},\quad m = r-1,\quad K = \frac{1}{w},$$

so hat man

$$(10)\quad T' = \frac{e^{a_r x}}{(r-1)!\,\psi(a_1)}\left[\left(\frac{e^{wx}-1}{w}\right)^{r-1} \int U\,dx - \binom{r-1}{1}\left(\frac{e^{wx}-1}{w}\right)^{r-2} \int U \left(\frac{e^{wx}-1}{w}\right) dx + \binom{r-1}{2}\left(\frac{e^{wx}-1}{w}\right)^{r-3} \int U \left(\frac{e^{wx}-1}{w}\right)^2 dx - \ldots . + (-1)^{r-1} \int U \left(\frac{e^{wx}-1}{w}\right)^{r-1} dx\right].$$

Läfst man hier w verschwinden, wodurch bekanntlich $\frac{e^{wx}-1}{w}$ in x übergeht, so hat man, weil jetzt zwischen den Wurzeln $a_1, a_2, a_3, \ldots a_r$ kein Unterschied besteht, wenn man wieder $Xe^{-a_1 x}$ an die Stelle von U bringt:

$$(11)\quad T = \frac{e^{a_1 x}}{(r-1)!\,\psi(a_1)}\left[x^{r-1} \int X e^{-a_1 x}\,dx - \binom{r-1}{1} x^{r-2} \int X x e^{-a_1 x}\,dx + \binom{r-1}{2} x^{r-2} \int X x^2 e^{-a_1 x}\,dx - \ldots . + (-1)^{r-1} \int X x^{r-1} e^{-a_1 x}\,dx\right];$$

welche Formel man sich auch erlauben darf kürzer so zu schreiben:

$$(12)\quad T = \frac{e^{a_1 x}}{(r-1)!\,\psi(a_1)} \int X e^{-a_1 x} (A-x)^{r-1} + e^{a_1 x}(C_0 + C_1 x + C_2 x^2 + \ldots + C_r x_r),$$

wobei A bei der Verrichtung der Integration als constant behandelt, nach der Integration aber mit x vertauscht werden mufs, und dem Integral wegen der Anwesenheit der r Constanten C_0, C_1, C_2, . . . C_r keine Constante mehr beizufügen ist. Der richtige Gebrauch der abgekürzten Formel (12) erheischt jedoch, dafs man die Formel (11) stets im Auge behalte.

IV.

Ein neuer galvanischer Multiplicator;

von

Dr. *Stephan Marianini* *).

Alle Physiker, welche die schöne Erfahrung *Oersted's* über die Einwirkung der Electricität auf einen Magnet wiederholt haben, erkannten, dafs sich die Magnetnadel zum Messen der Stärke electrischer Ströme anwenden lasse, und der vortreffliche Physiker *Schweigger* wurde zuerst durch den Umstand, dafs ein Metalldraht, dessen beide Enden mit den Polen eines Electromotors in Verbindung stehen, in jedem Querschnitte gleich stark auf einen Magnet einwirkt, auf den glücklichen Gedanken geleitet, den Verbindungsdraht mehrere Male über und unter einer Magnetnadel vorbeigehen zu

*) Vom Herrn Verfasser in italienischer Sprache mitgetheilt, und vom Herausgeber *A. B.* übersetzt.

lassen, um den Effect zu steigern. Da man nun eine Magnetnadel mit einem über oder unter ihr vorbeigehenden Metalldraht Voltimeter oder Galvanometer genannt hat, so erhielt das *Schweigger*'sche Instrument den Namen *multiplicirender Voltimeter* oder *Galvanometer* *).

Von dem Wunsche beseelt, einiger Erfahrung, über die ich schon öfter den gelehrten Verein zu unterhalten die Ehre hatte, eine gröfsere Ausdehnung zu geben, verschaffte ich mir von Mailand einen Multiplicator, erkannte aber bald, dafs er an Güte die einfachen von mir bisher gebrauchten Galvanometer nur wenig übertraf. Als ich über seine Einrichtung näher nachdachte, glaubte ich zu bemerken: 1) dafs der Metalldraht nicht so angebracht sey, um seine ganze Wirkung äufsern zu können; 2) dafs im Allgemeinen eine solche Verbindung der Drähte da, wo es sich um etwas genaue Beobachtungen handelt, nicht den besten Dienst leiste.

1. Die Anordnung des Leitungsdrahtes, der wie der Aufzug zu einem Gewebe über und unter der Nadel angebracht ist, so dafs alle auf die Magnetnadel einwirkenden Theile unter einander und zur Axe der Magnetnadel parallel, oder doch nahe so liegen, ist gewifs nicht die beste, um durch ein bestimmtes Drahtstück die gröfste Ablenkung der Magnetnadel hervorzubringen. Denn im ersten Augenblicke, wo die Nadel vom electrischen Strome afficirt wird, sind die Theile des Drahtes, welche sich mit der Axe der Magnetnadel in einerlei verticaler Ebene befinden, die einzigen, welche eine directe Wirkung darauf ausüben, während alle anderen nur schief einwirken, und daher weniger vermögen, indem nach dem *Biot*'schen Gesetze die Wirkung

*) Ich habe statt dieser Benennung lieber die in Deutschland übliche »Multiplicator« beibehalten. *B.*

des Elementartheilchens des Drahtes auf jedes südliche oder nördliche Elementartheilchen der Nadel desto kleiner ist, je mehr das Quadrat der Entfernung wächst, und je gröfser der Sinus des Winkels ist, den diese Entfernung mit der Richtung des Fadens macht. Sobald sich aber die Magnetnadel zu bewegen anfängt, wirken alle Fäden ohne Ausnahme schief auf dieselbe.

Aus diesem Grunde glaubte ich besser zu thun, wenn ich den Verbindungsdraht so anordnete, dafs sich alle Fäden, sie mögen unter der Nadel vorbeigehen oder über derselben, in der Mitte durchkreuzen, so dafs es ober und unter der Magnetnadel einen Draht gibt, der mit ihr parallel läuft, und in einerlei verticalen Ebene mit ihrer Axe liegt, wenn sie ihre natürliche Richtung hat; eben so einen anderen, der mit ihr parallel steht, wenn sie z. B. um einen Grad abgelenket worden ist; und einen dritten, wenn die Ablenkung drei Grade beträgt, u. s. f. Verfährt man auf diese Art, so gibt es immer einen Draht, der mit seiner ganzen Stärke auf die Magnetnadel wirkt, wie auch immer ihre Ablenkung beschaffen seyn mag, wenn sie nur nicht aus den Windungen ganz heraustritt; alle anderen Drähte wirken aber schief darauf ein.

2. Das *Schweigger*'sche Instrument kann nicht am besten zum Ziele führen, wenn es sich darum handelt, mit gehöriger Genauigkeit die durch einen electrischen Strom bewirkte Ablenkung zu messen. Sieht man auf die Magnetnadel, indem man das Auge vertical darüber hält, so ist die Windung häufig im Sehen hinderlich; will man ihr ausweichen, so hält es schwer, die Ablenkung richtig abzusehen, indem sich die Nadel in einer Ebene bewegt, die von der Ebene des getheilten Bogens etwas absteht; entfernt sich der beobachtete Punct vom Auge, so scheint er weiter zu gehen, als er wirk-

lich geht; bewegt sich die Nadel in entgegengesetzter Richtung, so erscheint die Abweichung dem Auge kleiner.

Um diesen Übelstand zu heben, glaubte ich gut zu thun, dafs ich die Theilung seitwärts anbrachte, und am Mittelpuncte der Nadel eine kleine Borste befestigte, die sich mit derselben bewegt und ihre Ablenkung anzeigt.

Der Hauptheil meines Instrumentes ist ein kleiner messingener Rahmen von nahe 14 Centimeter (5,3 W. Z.) Länge und 11 Centim. (4,2 W. Z.) Breite. Jede der zwei breiteren Seiten besteht aus zwei Leisten, einer unteren und einer oberen, die um 8 Min. (3 L.) von einander abstehen; die zwei kleineren bestehen aus verticalen Messingstreifen, die kreisförmig gebogen sind. Da über diese der Metallfaden gewickelt wird, so müssen sie genau mit einem Seidenfaden umwunden werden, damit der Leitungsdraht das Messing nicht berühre, und die Windungen desselben fester an ihrem Platze bleiben.

Die mit Seide übersponnenen Kupferdrähte, die man bei den gewöhnlichen Multiplicatoren braucht, wenigstens jene, die ich erhalten konnte, fand ich so spröde, dafs ich sie nicht gehörig über den Rahmen spannen konnte. Ich bediente mich daher eines versilberten und überfirnifsten Silberdrahtes, und wand ihn so um den Rahmen, dafs alle Windungen, sie mögen unter oder über der Nadel vorbeigehen, sich in der Mitte durchkreuzen.

In der Mitte von einer der längeren Seiten des Rahmens ist eine kleine darauf senkrechte messingene Leiste angebracht, die bis zum Vereinigungspunct der Drähte reicht, und den Stift trägt, auf dem die Magnetnadel sich bewegt. Diese ist mit einer Borste versehen, die an ihrem Mittelpuncte befestigt ist, und mit ihrer Axe einen rechten Winkel macht, so dafs die östlichen und

westlichen Ablenkungen der Magnetnadel durch nördliche und südliche der Borste angezeigt werden. Da diese nur von einer Seite über die Nadel herausreicht, so ist sie durch ein Stückchen Wachs auf der entgegengesetzten Seite im Gleichgewicht erhalten.

An der zweiten gröfseren Seite des Rahmens ist ein Bogen aus Elfenbein angebracht, der in 60° getheilt wurde, wovon 30 an der Nordseite, 30 an der Südseite liegen, so dafs das Ende der Borste dem mittleren Theilstriche oder dem Nullpuncte der Theilung entspricht, wenn die Längenseite der Rahme mit der Magnetnadel parallel läuft.

Die Leiste, welche die Magnetnadel trägt, ist nicht fest gemacht, sondern läfst sich verschieben, so dafs die Magnetnadel aufser den Windungen zu stehen kommt, und man sie wegnehmen und mit einer anderen ersetzen kann, die mehr oder weniger wiegt. Mit dieser Einrichtung wird das Instrument geschickt, nicht blofs vorige Anzeigen zu geben, sondern mit Genauigkeit die Wirkungen des schwächsten electrischen Stromes so wie die eines starken zu messen.

Das Instrument ist in eine kreisrunde hölzerne Büchse mit einem Glasdeckel eingeschlossen, um es gegen die Bewegung der Luft zu schützen. Die Drähte reichen nahe 2 F. lang aus der Büchse hervor, und haben am Ende Zinnblättchen, um sie leicht mit den Platten des Electromotors in Verbindung setzen zu können. Drei Schrauben, auf denen die Büchse steht, dienen zum Stellen des Instrumentes. Die Figuren 3, 4, 5 zeigen es perspectivisch von oben und von der Seite.

Nachtrag vom Herausgeber *A. B.*

Ich habe, gleich nachdem ich von *Marianini's* Einrichtung des Multiplicators Kenntnifs erhielt, ein solches

Instrument verfertigen lassen, und mich von seiner grofsen Empfindlichkeit und Zweckmäfsigkeit sattsam überzeugt.

Wiewohl der mit Seide übersponnene Kupferdraht nur 21 $^1/_2$ Mal gewunden war, so brachte doch ein electrischer Strom, der durch eine Kupfer- und eine Zinkplatte von 12 Q. Linien Oberfläche in sehr stark verdünnter Schwefelsäure erregt wurde, an einer 2635 Milligramm schweren Magnetnadel eine Ablenkung von 45° hervor.

V.

Ungewöhnlich hoher Barometerstand im Monate Jänner 1828;

beobachtet in Prag

vom

Professor *Hallaschka.*

Obgleich seit dem 8. Jänner l. J. die Quecksilbersäule im Barometer bei meistens veränderlicher Atmosphäre bedeutend herabsank, so dafs sie am 15ten um 11 Uhr Vormittags nur eine Höhe von 27″ 0‴,44 hatte, also um 6‴,26 unter der mittleren Höhe stand; — das Réaum. Thermometer, das im Schatten der freien Luft ausgesetzt ist, vom 12ten bis zum 15. Jänner stets mehrere Grade über dem Frostpuncte zeigte; — der Wind meistens eine süd-süd-westliche Richtung bei verschiedener Stärke hatte, und demnach eine länger anhaltende laue, trübe, feuchte und unangenehme Witterung zu vermuthen war: so änderte sich doch nicht allein die Temperatur der atmosphärischen Luft, welche schon

am 15ten um 8 Uhr Abends — 10° R. war, sondern auch der Druck der Atmosphäre nahm am nämlichen Tage mit jeder Stunde zu, so dafs die Quecksilbersäule des Barometers, welche am nämlichen Tage um 11 Uhr Vormittags = 27″ 0‴,44 war, in der darauf folgenden Nacht um 12 Uhr eine Höhe von 27″ 6‴,85 erreichte.

Am 16ten, 17ten, 18ten und 19. Jänner bis 10 Uhr Vormittags stieg die Kälte fortwährend, und die Quecksilbersäule erhob sich allmählich weit über die mittlere Höhe. Die Atmosphäre heiterte sich am 16ten aus, blieb bis zum 18ten heiter, wo sie sich trübte, und Nebel, Schnee und Hagelregen sich einstellten, während am zuletzt genannten Tage die Quecksilbersäule den hohen Stand von 28″ 3‴,72 bei einer Lufttemperatur von — 12″,5 R. erreichte.

Da dieser hohe Stand hier seltener beobachtet wird, und seit mehreren Jahren nur von jenem, welcher am 8. Februar 1821 = 28″ 5‴,59 verzeichnet wurde, übertroffen wird, so dürfte es nicht ohne Nutzen seyn, die zu verschiedenen Stunden des 17ten, 18ten und 19. Jänners l. J. angestellten Beobachtungen selbst anzuführen, um aus der Vergleichung gleichzeitiger Beobachtungen anderer Orte die gewünschten Resultate ziehen zu können.

Die Barometer-Scala ist nach dem alten Pariser Fufs getheilt, und gibt mittelst der Nonien $^1/_{100}$ der Pariser Linie an. Sämmtliche Barometerbeobachtungen sind auf 0° R. reducirt. Die Lufttemperatur wurde nach dem 80theiligen Thermometer beobachtet.

1828, den 17. Jänner.	Barometerstand, auf 0° R. reducirt.	Lufttemp. Therm. R.	Richtung d. Windes	Anmerkungen.
8 U. Morg.	28″ 0‴.54	— 12°.1	OgN.	
10 » »	1‴.03	— 9°.7	OgN.	Der Wind schwach, die
12 » Mittags	1‴.22	— 9°.0	OgN.	Atmosphäre ganz heiter
3 » Nachm.	1‴.56	— 10°.2	OgN.	während allen Beobach-
5 » »	1‴.85	— 11°.0	OgN.	tungsstunden.
6 » »	1‴.97	— 11°.6	OgN.	
7 » »	2‴.17	— 11°.1	OgN.	
8 » »	2‴.23	— 11°.2	OgN.	
9 » »	2‴.23	— 11°.8	OgN.	
10 » »	2‴.43	— 11°.8	OgN.	

18. Jänner.

6 U. Morg.	28″ 2‴.88	— 13°.7	NOO.	Wind schw.; Höhenrauch.
8 » »	3‴.05	— 13°.2	NOO.	Wind schw.; Höhenrauch.
10 » »	3‴.39	— 12°.5	NOO.	Wind schw.; Höhenrauch.
11 » »	3‴.20	— 11°.9	NOO.	Wind schw.; Höhenrauch.
12 » Mittags	3‴.13	— 11°.1	OgN.	Wind schwach.
1 » Nachm.	3‴.03	— 11°.1	OgN.	Wind schwach.
2 » »	2‴.83	— 10°.6	OgN.	Wind schwach.
3 » »	2‴.71	— 10°.6	NO.	Wind schwach; dunstig.
4 » »	2‴.75	— 11°.1	NO.	Wind schwach; g. trüb.
5 » »	2‴.65	— 11°.4	NO.	Wind schwach; g. trüb.
6 » »	2‴.58	— 11°.7	NO.	Wind schwach; g. trüb.
7 » »	2‴.39	— 11°.8	NO.	Wind schwach; g trüb.
8 » »	2‴.32	— 11°.9	NO.	Wind schwach; g. trüb.
9 » »	2‴.34	— 12°.5	NO.	Wind schwach; g. trüb.
10 » »	2‴.24	— 12°.4	NO.	Wind schwach; g. trüb.

19. Jänner.

6 U. Morg.	28″ 1‴.06	— 11°.2	NO.	Mittelm. stark; trüb.
7 » »	1‴.08	— 10°.9	NO.	Mittelm. stark; trüb.
8 » »	1‴.06	— 10°.3	NO.	Mittelm. stark; Hagelreg.
10 » »	0‴.85	— 10°.7	NO.	Mittelm. stark; Hagelreg.
11 » »	0‴.69	— 7°.6	SO.	Mittelm. stark; Nebel.
12 » Mittag	0‴.23	— 6°.7	OgN.	Mittelm. stark; Nebel.
2 » Nachm.	27″ 11‴.90	— 5°.2	O.	Schwach; Nebel.
4 » »	11‴.77	— 5°.1	OgN.	Schwach; Nebel.
10 » »	11‴.61	— 5°.1	OgN.	Schwach; Nebel.

Das *Daniell*'sche Hygrometer, nach Fahrenheit getheilt, zeigte um 12 Uhr Mittags:

	Lufttemp.	Condensation.	Diff.
Am 16. Jänner:	+ 22°,3	+ 3°,0	19°,3
» 17. »	+ 15°,0	+ 4°,0	11°,0
» 18. »	+ 11°,0	+ 3°,0	8°,0
» 19. »	+ 14°,0	+ 6°,0	8°,0
» 20. »	+ 25°,0	+ 25°,0	0°,0
» 21. »	+ 31°,5	+ 30°,5	7°,0.

Am 21sten und die folgenden Tage des Monates zeigte das Réaum. Thermometer stets einige Grade Luftwärme bei meistens trüber Atmosphäre und ziemlich hohem Barometerstande.

VI.

Über Hygrometer, nach des Ritters v. *Bürg* Beobachtungen;

von

A. Baumgartner.

1. Unter den Instrumenten, welche zur Bestimmung des Zustandes der atmosphärischen Luft oder einer anderen Gasart angewendet werden, hat in der neueren Zeit dasjenige die Physiker am meisten beschäftiget, welches die Feuchtigkeit derselben anzugeben bestimmt ist. Es that aber auch keinem mehr Noth als diesem, weil man zu der Zeit, als man schon ohne viele Mühe ziemlich gut übereinstimmende Thermometer und Barometer bekommen konnte, selbst von den Händen übrigens anerkannt braver Künstler keine harmonirenden Hygrometer zu erhalten im Stande war; und doch ist

Übereinstimmung in den Anzeigen mehrerer zu demselben Zwecke bestimmter Instrumente die erste und unerläfslichste Eigenschaft derselben, wenn sie überhaupt brauchbar seyn sollen, aber nicht die einzige. Es ist überdiefs noch nothwendig, dafs solche Instrumente eine verständige Sprache reden, und hierin hat man an die Hygrometer gröfsere Forderungen gemacht, als an viele andere Instrumente. Beim Thermometer z. B. ist man so ziemlich allgemein von der Forderung abgestanden, dafs es die absoluten Wärmemengen angeben, und dafs der Nullpunct seiner Scale dem Zustande der gänzlichen Abwesenheit aller Wärme entsprechen soll; vom Hygrometer verlangt man aber, dafs es die Dunstmenge, welche in einem gegebenen Luftvolumen enthalten ist, angebe, und das mit Recht, indem die Anzeigen dieses Instrumentes sich auf etwas beziehen, dessen Materialität nicht bezweifelt wird, und das sich wirklich dem Gewichte nach bestimmen läfst, während die Anzeigen des Thermometers von einem Agens abhängen, das nicht der Schwere unterliegt, wenigstens noch nicht gewogen werden konnte, ja dessen Materialität noch starken Zweifeln ausgesetzt ist.

2. Der hygrometrische Zustand einer Luftmasse ist bekannt, wenn man das Verhältnifs der Spannkraft der in ihr vorhandenen Wasserdünste zu derjenigen Dunstmenge kennt, welche bei der gerade bestehenden Temperatur Statt finden kann. Daraus kann man nämlich abnehmen, wie weit die Luft noch von ihrem sogenannten Sättigungspuncte an Feuchtigkeit entfernt sey, und um wie viele Grade die Temperatur sinken müfste, um die Dünste auf das Maximum ihrer Spannkraft zu bringen, und auch sogar die absolute, in einem gegebenen Volumen derselben enthaltene Dunstmenge bestimmen; obiges Verhältnifs soll darum auch die Scale eines Hy-

grometers angeben. Drückt man den Zustand, worin die Dünste die gröfste Spannkraft haben, welche ihnen bei der bestehenden Temperatur zukommt, durch 100 aus, d. h. bezeichnet man den Punct der gröfsten Feuchtigkeit eines Hygrometers mit 100, den der gröfsten Trockenheit (wo gar kein Dunst vorhanden ist) mit 0, so sollte das Hygrometer den 50sten Feuchtigkeitsgrad angeben, wenn die Spannkraft der Dünste in der Luft nur die Hälfte derjenigen beträgt, die vorhanden seyn kann, oder den 20sten, wenn die bestehende Expansivkraft nur $^1/_5$ von der ist, welche Statt finden kann, u. s. w. Ich will für die Folge die von einem solchen Hygrometer angezeigte Spannkraft die *relative* Spannkraft der Dünste nennen. Bis jetzt kennt man kein Hygrometer, welches unmittelbar solche Anzeigen lieferte, ja unter der grossen Anzahl der in Vorschlag gebrachten oder wirklich ausgeführten Instrumente dieser Art sind nur wenige, welche Bestimmungen liefern, aus denen sich die Hygrometergrade im vorher bestimmten Sinne durch Rechnung ableiten lassen. Man kann unter diese Zahl wohl nur das Haarhygrometer, das Fischbeinhygrometer, *Leslie's* Hygrometer (oder wenigstens nach demselben Grundsatze eingerichtete hygrometrische Verfahren), und das von *Daniell* zuerst angegebene, von *Körner*, *Döbereiner* etc. vereinfachte Instrument zählen; ja von den zwei ersteren ist es noch bei weitem nicht ausgemacht, ob sie mit Recht in diese Classe gesetzt werden. Besonders gilt dieses vom Fischbeinhygrometer, das überhaupt von den Naturforschern weniger studirt wurde, als das Haarhygrometer. Seine Anzeigen sind weniger auf einen wissenschaftlichen Sinn gebracht, auch ist die Verfertigung desselben und die Zubereitung und Auswahl des hygroscopischen Körpers mehreren Schwierigkeiten un-

terworfen, als bei *Saussure's* vielfach geprüftem Instrumente.

3. Über den Werth eines physikalischen Instrumentes kann man nur aus Versuchen sprechen. Selbst wenn man verschiedene Verfahrungsweisen, die zu demselben Ziele führen sollen, aus theoretischen Gründen für gleich richtig erkennt, so ist es doch räthlich, die durch sie erhaltenen Resultate mit einander zu vergleichen, und aus dem Grade ihrer Übereinstimmung, und der Leichtigkeit, womit man sie erlangt, über ihren Werth zu urtheilen. Das Verfahren, welches man bei *Daniell's* oder *Körner's* Hygrometer (Schwefelätherhygrometer) anwendete, führt, unseren theoretischen Ansichten gemäfs, zur Kenntnifs der Spannkraft des in einer Luftmasse enthaltenen Wasserdunstes; die Beobachtung des Unterschiedes im Stande zweier Thermometer, die derselben Temperatur ausgesetzt sind, wovon aber eines eine mit Wasser benetzte, das andere eine trockene Kugel hat, oder was dasselbe ist, die Anzeigen eines *Leslie*'schen Hygrometers führen zu demselben Ziele. Allein letztere leisten dieses nur mittelst einer Rechnung, der noch weitere empirische Daten zum Grunde liegen. Es ist daher nothwendig, die Resultate dieser zwei Verfahrungsarten mit einander und mit einem Haarhygrometer zu vergleichen, wenn man über ihren relativen Werth urtheilen will. Der um die Astronomie hochverdiente österreichische Gelehrte, Herr Ritter von *Bürg*, hatte die Güte, mir seine Beobachtungen und Berechnungen mitzutheilen, die sich auf diesen Gegenstand beziehen, und eine Vergleichung der oben genannten Bestimmungsarten des hygrometrischen Zustandes der Luft möglich machen. Die Tabelle, welche die Resultate seiner Beobachtungen und Rechnungen enthält, folgt hier. Es bedeuten

T Temperatur der Luft,
t die einer befeuchteten Kugel, } Réaumur.
τ jene einer bethauten »

T', t', τ' die gleichnamigen Temperaturen am *Fahrenheit*'schen Thermometer, $\delta = T' - t'$.

b Barometerhöhe in englischen Zollen.

F gröfste Expansivkraft der Dünste im Mittel nach *Biot* und *Kämtz* in englischen Zollen.

f und f' berechnete Expansivkräfte der Dünste in der Luft.

φ berechnete Expansivkraft der Dünste für den Bethauungspunct.

φ' Expansivkraft der Dünste nach *Biot* und *Kämtz* für den beobachteten Bethauungspunct τ.

Jahr 1827.	T	t	τ	b	F	f
23. Juli.	15.58	13.37	11.46	27.941	0.6477	0.5065
24. »	15.64	11.76	8.35	27.965	0.6505	0.4048
25. »	16.08	12.44	9.85	27.959	0.6720	0.4412
26. »	17.20	14.03	11.85	27.976	0 7305	0.5290
27. »	17.01	14.72	13.10	27.979	0.7200	0.5738
28. »	17.11	12.40	8.88	28.098	0.7256	0.4286
29. »	18.31	12.60	8.45	28.023	0.7930	0.4348
30. »	18.20	13.97	10.76	27.949	0.7865	0.5190
31. »	17.89	14.04	11.46	28.015	0.7686	0.5248
1. August.	17.61	14.36	12.07	28.047	0.7532	0.5467
2. »	18.15	15.06	13.08	27.916	0.7836	0.5871
3. »	17.56	15.00	13.64	27.920	0.7504	0.5871
4. »	17.97	15.82	14.15	27.872	0.7730	0.6379
5. »	17.01	14.96	13.81	27.957	0.7200	0.5889
6. »	16.15	14.05	12.83	27.904	0.6756	0.5414
7. »	15.69	10.82	7.39	27.956	0.6529	0.3460
8. »	15.55	11.62	8.62	27.963	0.6462	0.3974
9. »	15.98	12.99	11.00	27 883	0.6669	0.4763
10. »	16.18	12.24	9.50	27.773	0.6772	0.4286
11. »	15.55	13.03	11.25	27.652	0.6462	0.4854
12. »	14.62	11.11	8.43	27.660	0.6006	0.3798
13. »	12.67	10.05	7.00	27.756	0.5200	0.3541
14. »	13.03	9.93	7.33	27 839	0.5341	0.3368
15. »	14.72	12.44	10.47	27.754	0.6071	0.4614
16. »	16.08	12.63	9.35	27.712	0.6720	0.4531

P' Gewicht der Dünste in einem Kubikfufse Luft bei der Temperatur τ.

P Gewicht der Dünste in einem Kubikfufse Luft bei der Temperatur T.

H der beobachtete Grad an einem Haarhygrometer von *Huck*.

$$f = F + 5.586\,(1 - \sqrt{1 + 0.0103\,\delta}),\quad f' = F - \frac{b\,\delta}{1080 - 3\delta},$$

$$\varphi = \frac{f + f'}{2\,(1 + 0.002086\,(T' - \tau'))},$$

$$P' = \frac{(\varphi + \varphi')\,11.8437'}{2\,(1 + 0.002086\,(\tau' - 32))},\quad P = \frac{P'}{1 + 0.002086\,(T' - \tau')}.$$

f'	φ	φ'	P	H	Die Beobachtungen schienen
0.5173	0.5022	0.4741	5.383	86.7	zuverläfsig.
0.4188	0.3982	0.3728	4.248	70.5	ganz zuverläfsig.
0.4550	0.4353	0.4188	4.696	73.5	ziemlich zuverläfsig.
0.5421	0.5225	0.4884	5.533	79.5	gut.
0.5846	0.5688	0.5371	6.058	87	gut.
0.4415	0.4189	0.3884	4.419	69.3	ziemlich genau.
0.4472	0.4215	0.3758	4.340	63.6	unbezweifelt genau.
0.5355	0.5085	0.4494	5.218	72.8	nicht ganz verläfslich.
0.5384	0.5161	0.4742	5.403	72.5	nicht schlecht.
0.5594	0.5390	0.4966	5.657	79.1	vollkommen verläfslich
0.6004	0.5799	0.5362	6,082	81.5	sehr genau.
0.5991	0.5824	0.5597	6.241	86	sehr genau.
0.6464	0.6308	0.5815	6 613	88.7	genau.
0.5991	0.5852	0.5668	6.312	91.3	gut.
0.5520	0.5384	0.5263	5.857	90.0	sehr genau.
0.3603	0.3399	0.3459	3.778	67.1	gut.
0.4126	0.3922	0.3808	4.261	68.7	gut, jedoch H zweifelh.
0.4898	0.4721	0.4575	5.115	80	gut.
0.4436	0.4228	0.4078	4.566	75	genau.
0.4987	0.4823	0.4666	5.232	85.4	genau.
0.3957	0.3768	0.3752	4.163	72	nicht ganz zuverläfsig.
0.3667	0.3511	0.3353	3.833	73.7	etwas zweifelhaft.
0.3506	0.3347	0.3433	3.786	75	genau.
0.4734	0.4583	0.4395	4.968	83.3	etwas ungewifs.
0.4685	0.4467	0.4031	4.673	75.6	gut.

Jahr 1827.	T	t	τ	b	F	f
17. August.	16.05	13.52	11.46	27.863	0.6705	0.5091
18. »	14.12	12.31	10.93	28.065	0.5802	0.4640
19. »	17.31	14 95	12.84	27.820	0.7366	0.5859
20. »	16.87	13.87	11.54	27.925	0.7128	0.5219
21. »	15.68	13.67	12.79	27.807	0.6525	0.5239
22. »	15.44	12.48	9.56	27.702	0.6409	0.4525
23. »	13.80	11.45	8.84	27.800	0.5664	0.4169
24. »	12.96	8.87	4.68	27.873	0.5313	0.2727
25. »	13.47	10.38	7.83	27.659	0.5526	0.3568
26. »	10.04	7.33	4.33	27 628	0.4250	0.2522
27. »	10.80	7.64	4.26	27.674	0.4507	0.2498
28. »	11.21	8.45	5.83	27.817	0.4651	0.2892
29. »	10.70	6.71	2.29	27.860	0.4473	0.1947
30. »	10.52	6.87	2.54	27.924	0.4412	0.2098
31. »	10.39	7.72	3.67	28.056	0.4368	0.2665
1. Septemb	10.73	8.56	6 00	28.153	0.4483	0.3096
2. »	11.20	9.09	6.46	28.088	0.4648	0.3298
3. »	11.28	9.57	7.62	28.000	0.4677	0.3580
4. »	11.30	9.80	7.96	27.914	0.4684	0.3720
5. »	11.76	9.84	7.69	27.902	0.4852	0.3623
6. »	12.05	10.02	8.04	27.924	0.4958	0.3650
7. »	12.32	10.46	8.02	27.931	0.5064	0.3871
8. »	12.10	9.95	7.74	27 879	0.4978	0.3603
9. »	11.94	9.09	6.08	27.952	0.4917	0.3097
10. »	11.46	7 97	4.35	28.118	0.4742	0.2527
11. »	11.72	9.47	7.08	28.106	0.4837	0.3400
14. »	12.42	10.22	7.83	27.841	0.5103	0.3697
15. »	12.22	9.58	6.74	27.938	0 5025	0.3342
16. »	11.55	9.49	7.42	27.935	0.4775	0.3465
17. »	11.67	9 48	7 00	27.996	0.4819	0.3418
19. »	11.67	9.05	6.50	27.752	0.4819	0.3172
20. »	9.80	7.32	4.62	27.614	0.4173	0.2590
21. »	8.19	5.89	2.72	27.663	0.3679	0.2208
22. »	9.69	7.47	4.48	27.748	0.4138	0.2721
23. »	10.25	8.37	6.21	27.810	0.4321	0.3117
24. »	10.87	9.04	6.75	27.840	0.4531	0.3358
25. »	11.05	9.01	6.42	27.872	0.4593	0.3288
26. »	11.77	9.93	7.71	27.849	0.4855	0.3671
27. »	11.93	10.12	7.92	27.859	0.4914	0.3755
28. »	12.00	10.56	9.28	27.879	0.4939	0.4016
29. »	12.52	10.83	9.01	27.719	0.5142	0.4059
30. »	12.03	9.47	6.69	27.728	0.4951	0.3318
1. October.	11.64	9.10	6.43	27.831	0.4808	0.3189

f'	φ	φ'	P	H	Die Beobachtungen schienen
0.5213	0.5043	0.4742	5.383	85	genau.
0.4733	0.4617	0.4551	5.089	90	vollkommen zuverläfs.
0.5978	0.5651	0.5267	5.974	85.8	genau.
0.5349	0.5155	0.4771	5.441	82.5	genau.
0.5346	0.5222	0.5247	5.770	91.0	etwas ungewifs.
0.4669	0.4473	0.4097	4.727	82.7	genau.
0.4282	0.4129	0.3873	4.446	86.0	genau.
0.2876	0.2697	0.2793	3.062	68.0	sehr genau.
0.3711	0.3546	0.3579	3.965	75.4	genau.
0.2663	0.2525	0.2717	2.963	78.6	etwas zweifelhaft.
0.2650	0.2498	0.2702	2.930	73.5	genau.
0.3024	0.2885	0.3059	3.342	78	vollkommen genau.
0.2097	0.1945	0.2308	2.397	65	gut.
0.2240	0.2091	0.2353	2.508	67	weniger genau.
0.2780	0.2639	0.2578	2.944	78	vollkommen genau.
0.3194	0.3077	0.3099	3.480	84	zweifelhaft.
0.3396	0.3282	0.3216	3.654	86.7	nicht schlecht.
0.3668	0.3562	0.3522	4.009	89	gut.
0.3800	0.3702	0.3615	4.122	91.7	unbezweifelt gut.
0.3722	0.3604	0.3541	4.086	87.7	unbezweifelt gut.
0.3761	0.3637	0.3638	4.075	89	unbezweifelt gut.
0.3968	0.3849	0.3749	4.245	91	vollkommen zuverläfs.
0.3712	0.3570	0.3555	3.974	87.5	gut.
0.3228	0.3078	0.3119	3.472	79.2	unbezweifelt gut.
0.2646	0.2503	0.2721	2.934	73.6	etwas ungewifs.
0.3501	0.3331	0.3375	3.719	84.3	etwas zweifelhaft.
0.3809	0.3674	0.3579	4.056	88	ganz zuverläfsig.
0.3463	0.3317	0.3287	3.696	81.9	gut.
0.3562	0.3447	0.3468	3.826	87.4	unbezweifelt gut.
0.3523	0.3396	0.3353	3.787	85.5	etwas ungewifs.
0.3280	0.3150	0.3226	3.577	83.8	unbezweifelt genau.
0.2723	0.2593	0.2780	3.040	84	weniger genau.
0.2333	0.2214	0.2389	2.625	81.5	ganz zuverläfsig.
0.2838	0.2713	0.2750	3.093	84.2	gut.
0.3219	0.3109	0.3152	3.536	88.8	unbezweifelt gut.
0.3457	0.3343	0.3289	3.734	90	unbezweifelt gut.
0.3393	0.3269	0.3206	3.643	89	ebenfalls.
0.3775	0.3653	0.3547	4.038	92	gut.
0.3852	0.3722	0.3604	3.917	92	hinreichend genau.
0.4095	0.4005	0.4008	4.519	94.8	gut.
0.4156	0.4041	0.3923	4.451	93.2	etwas zweifelhaft.
0.3448	0.3300	0.3274	3.682	84.7	gut.
0.3313	0.3173	0.3208	3.580	83.3	nicht ganz zuverläfsig.

Alle Formeln, nach denen die Rechnungen angelegt wurden, sind aus *Anderson's* Aufsatze entnommen, den die Leser dieser Zeitschrift aus dem ersten Bande derselben S. 44 u. f. kennen. Um Jeden in den Stand zu setzen, die Genauigkeit der Angaben, die der Rechnung zum Grunde gelegt wurden, beurtheilen zu können, glaube ich Folgendes anführen zu müssen:

Jede der Temperaturen T und t ist an zwei Thermometern beobachtet, deren Scalen grofs genug sind, um $0°.1$ R. mit Gewifsheit angeben zu können; auch für die Temperatur τ brauchte Ritter von *Bürg* zwei Thermometer, an deren einem ebenfalls $0°.1$ R. bemerkbar ist; jede Temperatur ist ferner das Mittel aus sechs Beobachtungen, wodurch die Angabe von Hunderttheilen eines Grades entstanden ist, deren Richtigkeit freilich nicht verbürgt werden kann, jedoch sind die Temperaturen T und t immer bis auf $0°.1$ R. sicher.

A. Vergleichung des Schwefelätherhygrometers mit dem befeuchteten Thermometer.

4. Diese Tabelle enthält nun hinreichenden Stoff zur Vergleichung der oben genannten Hygrometer. Die Werthe von f und f' geben die Spannkraft der Dünste so, wie sie den Anzeigen entsprechen, welche ein befeuchtetes Thermometer in Vergleich mit einem trockenen lieferte. Die Werthe von f sind nach einer, die von f' nach der zweiten *Anderson*'schen Formel entwickelt. Beide Formeln führen sehr nahe zu einerlei Resultat, denn die gröfste Differenz zwischen zwei denselben Temperaturen entsprechenden Angaben derselben beträgt nicht mehr als 0.0165 Z. Diese Differenz könnte immer als innerhalb der Grenzen der unvermeidlichen Beobachtungsfehler liegend angesehen werden, wenn

nicht alle Differenzen ohne Ausnahme dasselbe Zeichen hätten; ein Umstand, der macht, dafs man in den Formeln selbst eine kleine Abweichung suchen mufs.

5. Der Mittelwerth aus f und f', auf die Temperatur reducirt, welche beim Beschlagen eines nach *Körner* eingerichteten Hygrometers Statt hat, ist durch φ bezeichnet, und durch φ' die Expansivkraft der Dünste, wie sie durch das Schwefelätherhygrometer für die Temperatur des Bethauens direct gefunden wurde. Die anfänglichen Werthe von φ sind fast durchaus etwas kleiner als die von φ', später aber gibt bald φ, bald φ' den gröfseren Werth. Überhaupt ist bei den angeführten 68 Resultaten φ 46 Mal gröfser und 22 Mal kleiner als φ'. Die gröfste Differenz beträgt 0.0591;

6	liegen	zwischen	0.04	und	0.05,
8	»	»	0.03	»	0.04,
5	»	»	0.02	»	0.03,
19	»	»	0.01	»	0.02,
29	sind kleiner als		0.01.		

Man sieht daher, dafs beide hygrometrische Verfahrungsarten nahe zu demselben Resultate führen.

6. Wenn es sich darum handelte, ob dem Schwefelätherhygrometer oder dem befeuchteten Thermometer der Vorzug gebühre, würde ich mich ohne Anstand für letzteres erklären, und zwar aus folgenden Gründen: Am befeuchteten Thermometer bedarf es einer blofsen Beobachtung, keines erst anzustellenden Versuches, wenn das Factum ausgemittelt werden soll, das der Rechnung über den Feuchtigkeitszustand der Luft zum Grunde liegt; am Schwefelätherhygrometer ist hingegen ein Versuch nöthig. Der Stand eines befeuchteten Thermometers läfst sich, sobald nur zwischen der zur Verdünstung des Wassers verwendeten und von aufsen zufliefsenden Wärme Gleichgewicht eingetreten

ist (das stets Statt findet, wenn die Kugel immer feucht erhalten wird), gemächlich und zu wiederholten Malen beobachten und mit Schärfe ausmitteln; die Temperatur des Bethauens am Schwefelätherhygrometer mufs mit einem Blick geschätzt werden.

Herr Ritter v. *Bürg* bemerkte in einem Schreiben an mich, dafs man im Auftröpfeln des Äthers nicht behutsam genug seyn könne. »Trifft man das rechte Mafs, so entsteht das Beschlagen erst dann, nachdem das Quecksilber in der Röhre schon zum Stillstande gekommen ist; sinkt hingegen das Quecksilber noch ferner, wenn das Schälchen (an *Körner's* Hygrometer) schon beschlagen ist, so bin ich sehr geneigt, die Beobachtung für unbrauchbar zu halten. Es scheint mir nicht, dafs man sich in einem solchen Falle dadurch helfen kann, wenn man Acht hat, bei welcher Temperatur der Beschlag wieder verschwindet; dazu wird nach meiner Meinung eine um so höhere Temperatur nöthig seyn, je reichlicher das Schälchen bethaut war, also je tiefer das Quecksilber vorher unter den wirklichen Bethauungspunct sank.« Von der Richtigkeit dieser Bemerkungen kann man sich überzeugen, wenn man das *Körner*'sche Hygrometer in kurzen Zwischenzeiten hinter einander beobachtet, wo sich die Luftfeuchtigkeit nicht geändert haben kann, und dabei bald reichlicher, bald sparsamer Schwefeläther zutröpfelt. Es ist demnach auch schwerer, mittelst des Schwefelätherhygrometers ein genaues Resultat zu erlangen, als mittelst eines befeuchteten Thermometers.

7. Man kann leicht aus theoretischen Gründen einsehen, dafs zwischen den Anzeigen eines befeuchteten Thermometers und den eines Schwefelätherhygrometers ein gewisses Verhältnifs Statt finden mufs. Dieses hat *Meikle* auf ganz theoretischem, *August* aber sowohl auf

theoretischem, als auf dem Wege der Erfahrung nachzuweisen gesucht. *Meikle* leitet aus *Yvory's* Berechnungen die Formel

$$\tau = T - \frac{\delta(\delta + 55)}{t + 18}$$

ab, in welcher τ die Temperatur des Bethauungspunctes eines Schwefelätherhygrometers nach der hunderttheiligen Scale, T die bestehende Lufttemperatur, t die Temperatur der befeuchteten Thermometerkugel bedeutet, und $\delta = T - t$ ist. Reducirt man sie auf die 80theilige Scale, so erhält man:

$$\tau = T - \frac{\delta(\delta + 44)}{t + 14.4}.$$

Nach *August* ist die Temperaturdifferenz zwischen einem trockenen und befeuchteten Thermometer, wenn beide stationär geworden sind, halb so grofs als die zwischen einem bethauten Schwefelätherhygrometer und einem der Luft ausgesetzten Thermometer, oder es ist

$$T - \tau = 2\delta, \quad \text{mithin} \quad \tau = T - 2\delta.$$

In der folgenden Tabelle sind die Werthe, wie sie sich für den Bethauungspunct aus diesen Formeln ergeben, mit den beobachteten zusammengestellt, und ihre Differenz beigesetzt.

Beobachtungstag.	Bethauungspunct		Differenz.	Berechneter Bethauungspunct nach *August.*	Differenz.
	beobachteter.	berechneter nach *Meikle.*			
23. Juli.	11.46	11.90	—0.44	11.16	—0.30
24. »	8.35	8.54	—0.19	7.88	—0.47
25. »	9.85	9.62	0.23	8.80	—1.05
26. »	11.85	11.89	—0.04	10.86	—0.99
27. »	13.10	13.37	—0.27	12.43	—0.67

Beobachtungstag.	Bethauungspunct beobachteter.	Bethauungspunct berechneter nach *Meikle.*	Differenz.	Berechneter Bethauungspunct nach *August.*	Differenz.
28. Juli.	8.88	8.55	0.33	7.69	1.19
29. »	8.45	7.80	0.65	6.89	1.56
30. »	10.76	10.95	—0.19	9.74	1.02
31. »	11.46	11.41	0.05	10.19	1.27
1. Aug.	12.07	12.27	—0.20	11.11	0.96
2. »	13.08	13.21	—0.13	11.97	1.11
3. »	13.64	13.51	0.13	12.44	1.20
4. »	14.15	13.69	0.46	13.67	0.48
5. »	13.81	13.80	0.01	12.91	0.90
6. »	12.83	12.75	0.08	11.95	0.88
7. »	7.39	6.26	1.13	5.95	1.44
8. »	8.62	8.31	0.31	7.69	0.93
9. »	11.00	10.85	0.15	10.00	1.00
10. »	9.50	9.09	0.41	8.30	1.20
11. »	11.25	11.28	—0.03	10.51	0.74
12. »	8.43	8.08	0.35	7.62	0.81
13. »	7.00	7.68	—0.68	7.43	—0.43
14. »	7.33	7.03	0.30	6.83	0.50
15. »	10.47	10.88	—0.41	10.16	0.31
16. »	9.35	10.02	—0.67	9.18	0.17
17. »	11.46	11.83	—0.37	10.99	0.47
18. »	10.93	11.02	—1.09	10.50	0.43
19. »	12.84	10.79	2.05	10.59	2.25
20. »	11.54	11.88	—0.34	10.87	0.67
21. »	12.79	12.39	0.40	11.66	1.13
22. »	9.56	10.64	—1.08	9.52	0.04
23. »	8.84	9.59	—0.75	9.10	—0.26
24. »	4.68	4.51	0.17	4.78	—0.10
25. »	7.83	7.60	0.23	7.29	0.54
26. »	4.33	4.22	0.11	4.62	—0.29
27. »	4.26	4.13	0.13	6.48	—0.22
28. »	5.83	5.56	0.27	5.69	—0.14
29. »	2.29	1.63	0.66	2.72	—0.43
30. »	2.54	2.34	0.20	3.32	—0.78
31. »	3.67	4.76	—1.09	5.05	—1.38

Beobachtungstag.	Bethauungspunct beobachteter.	Bethauungspunct berechneter nach *Meikle.*	Differenz.	Berechneter Bethauungspunct nach *August.*	Differenz.
1. Sept.	6.00	6.37	—0.37	6.39	—0.39
2. »	6.46	7.06	1.40	6.98	—0.52
3. »	7.62	8.02	—0.40	7.86	—0.24
4. »	7.96	8.48	—0.52	8.30	—0.34
5. »	7.69	8.12	—0.43	7.92	—0.23
6. »	8.04	8.23	—0.19	7.99	0.05
7. »	8.02	8.85	—0.83	8.60	—0.58
8. »	7.74	8.03	—0.29	7.80	—0.06
9. »	6.08	6.30	—0.22	8.24	—2.16
10. »	4.35	4.05	0.30	5.76	—1.41
11. »	7.08	7.36	—0.28	7.22	—0.14
14. »	7.83	8.29	—0.46	8.02	—0.19
15. »	6.74	7.09	—0.35	6.94	—0.20
16. »	7.42	7.58	—0.16	7.43	—0.01
17. »	7.00	7.43	—0.43	7.29	—0.29
19. »	6.50	6.46	0.04	6.43	0.07
20. »	4.62	4.49	0.13	4.84	—0.22
21. »	2.72	2.92	0.20	3.59	—0.87
22. »	4.48	5.00	—0.52	5.25	—0.77
23. »	6.21	6.46	—0.25	6.49	—0.28
24. »	6.75	7.29	—0.54	7.21	—0.54
25. »	6.42	7.04	—0.62	6.97	—0.55
26. »	7.71	8.30	—0.59	6.09	0.62
27. »	7.92	8.55	—0.63	8.31	—0.39
28. »	9.28	9.38	—0.10	9.12	0.16
29. »	9.01	9.46	—0.45	9.14	—0.03
30. »	6.69	7.04	—0.35	6.91	—0.22
1. Oct.	6.43	5.61	0.82	6.56	—0.13

Man sieht hieraus, dafs die *Meikle*'sche Formel der Wahrheit näher kommt, als die *August*'sche; es mufs aber bemerkt werden, dafs *August* selbst seine Regel als blofse Annäherung angibt.

8. Die hier gemachte Vergleichung zwischen dem Bethauungspuncte eines Schwefelätherhygrometers und dem Stande eines befeuchteten, der Luft ausgesetzten Thermometers schien mir darum nicht ohne Interesse zu seyn, weil man selbst in dem Falle, wo man sich des befeuchteten Thermometers bedient, doch auch jene Fragen zu beantworten im Stande ist, welche sich aus der Kenntnifs des Bethauungspunctes ergeben, ohne ein Schwefelätherhygrometer beobachten zu müssen. So z. B. kann an windstillen Tagen die Temperatur der Luft nicht unter den Bethauungspunct sinken, weil selbst beim Einwirken einer erkaltenden Ursache es höchstens so weit kommen kann, dafs die Dünste in tropfbaren Zustand übergehen, und sich dadurch eine Quelle der Erwärmung eröffnet, die der erkältenden Ursache das Gleichgewicht hält. Wenn man daher an einem ruhigen Abende wissen wollte, wie weit die Temperatur der Luft während der Nacht sinken kann, so müfste man eigentlich den Bethauungspunct mittelst eines Schwefelätherhygrometers finden. Kennt man aber obige Formeln, deren Annehmbarkeit die vorausgehende Tabelle darthut, so kann man auch mittelst eines befeuchteten Thermometers zum Ziele gelangen.

B. Vergleichung des Haarhygrometers mit dem befeuchteten Thermometer.

9. Die Anzeigen des Haarhygrometers lassen sich mit den Ergebnissen aus dem Stande eines befeuchteten und trockenen Thermometers dadurch am besten vergleichen, dafs man nach beiden die relative Spannkraft der Dünste berechnet. Bekanntlich hat *Gay-Lussac* die jedem Grade des Haarhygrometers entsprechende relative Spannkraft des Wasserdunstes in der Luft durch directe Versuche gefunden, aber seine Angaben beziehen sich

nur auf die Temperatur von 10° C. = 8° R., während die *Bürg*'schen Beobachtungen ohne Ausnahme bei höheren Temperaturen angestellt wurden. Um nun mittelst der *Gay-Lussac*'schen Tabelle und der *Bürg*'schen Beobachtungen des Haarhygrometers die relative Spannkraft der Dünste in der Luft zu bestimmen, verfuhr ich so: Zuerst suchte ich den Grad, auf den das Hygrometer weisen würde, wenn die Temperatur ohne Änderung der als Dunst in der Luft vorhandenen Wassermenge auf 10° C. herabsänke. Die zweite Spalte der folgenden Tabelle enthält diese Hygrometergrade. Zu ihrer Bestimmung bediente ich mich der *Saussure*'schen, von Dr. *Winkler* in Leipzig sehr zweckmäfsig eingerichteten und erweiterten Tabelle (Tafel, um Hygrometerstände etc. auf jede beliebige Normal-Temperatur zu reduciren, Leipzig 1826). In einigen Fällen hätte das Hygrometer den hundertsten Grad überschreiten müssen, welches der Natur des Instrumentes entgegen ist; darum sind auch einige Felder dieser Spalte leer geblieben. Aus diesen Hygrometergraden suchte ich nach *Gay-Lussac's* Tabelle die relative Expansivkraft des Wasserdunstes, und schlofs hierauf so weiter: Gesetzt, es sey die gefundene relative Spannkraft $= h$, und e die Expansivkraft des in der Luft vorhandenen Wasserdunstes, E hingegen die gröfste Expansivkraft, welche bei 8° R. bestehen kann, so ist

$$h = \frac{100 \cdot e}{E}.$$

Steigt nun die Temperatur auf t° R., ohne dafs neuer Dunst sich bildet, oder der bereits gebildete vermindert wird, so geht e über in $\frac{e(1 + 0.00468 \cdot t)}{1 + 0.00468 \times 8}$, oder nahe in $e\,(1 + 0.00468\,(t - 8))$; und E geht über in E',

d. h. in die gröfste Expansivkraft, welche der Temperatur t entspricht.

Heifst nun h' die relative Spannkraft der Dünste in der Luft bei t^0 R., so ist

$$h' = \frac{100\, e\,(1 + 0.00468\,(t-8))}{E'};$$

oder, wenn man statt e den Werth aus der vorhergehenden Gleichung setzt:

$$h' = \frac{h\,E}{E'}\,(1 + 0.00468\,(t-8)).$$

Nach dieser Formel ist die dritte Spalte der folgenden Tafel berechnet.

Endlich suchte ich aus der *Bürg*'schen Tabelle die relative Spannkraft des Wasserdunstes, d. i. den Werth von $\frac{f+f'}{2F}.100$, und diese gibt die vierte Spalte an. Die letzte endlich weiset die Differenzen nach, welche zwischen den auf den genannten Wegen gefundenen Spannkräften Statt finden.

Hier folgt die Tabelle:

Beobachtungstag.	Haarhygrometer bei 8° R.	Spannkraft des Dunstes nach dem Haarhygrometer.	Spannkraft des Dunstes nach der *Bürg*'schen Tabelle.	Differenz.
23. Juli.	—	—	79.0	—
24. »	88.4	43.9	63.3	19.4
25. »	94.0	48.8	66.7	17.9
26. »	—	—	73.3	—
27. »	—	—	80.4	—
28. »	85.4	36.7	60	23.3
29. »	98.3	46.1	55.5	9.4
30. »	97.5	45.7	67.1	21.4
31. »	98.7	49.0	67.9	18.9
1. Aug.	—	—	73.4	—

Beobachtungstag.	Haarhygrometer bei 8° R.	Spannkraft des Dunstes nach dem Haarhygrometer.	Spannkraft des Dunstes nach der *Bürg*'schen Tabelle.	Differenz.
2. Aug.	—	—	75.0	—
3. »	—	—	79.0	—
4. »	—	—	83.1	—
5. »	—	—	82 5	—
6. »	—	—	79·7	—
7. »	83.7	36·6	54.1	17.5
8. »	88.3	43·9	61.9	18.0
9. »	99.8	56.2	71.9	15.7
10. »	96.4	51.3	64.4	13.1
11. »	—	—	75.0	—
12. »	87.6	45.5	64·6	13.1
13, »	82.0	46.0	69·3	23.3
14. »	87.2	51.2	64·3	13.1
15. »	99.8	61.4	77·0	15.6
16. »	97	52.3	68·6	16.3
17. »	—	—	76.8	—
18. »	—	—	80.8	—
19. »	—	—	80.3	—
20. »	—	—	74.2	—
21. »	—	—	81.2	—
22. »	—	—	71.7	—
23. »	99.9	65.6	74.6	9.0
24. »	78.1	39.9	52.7	12.8
25. »	89.1	31.8	65.7	33.9
26. »	83.6	32.5	60.9	28.4
27. »	79.7	49.3	57.5	8.2
28. »	86	56.4	63.6	7.2
29. »	70.4	39.2	45.2	6.0
30. »	71.8	41.0	49.1	8.1
31. »	83.9	56.8	61.9	5.1
1. Sept.	91.6	67.7	70.1	2.4
2. »	96.0	72.0	70.2	— 1.8
3. »	97.9	74.1	77.5	2.4
4. »	99.3	77.6	80.3	2.7
5. »	97.9	73.6	75.8	2.2

Beobachtungstag.	Haarhygrometer bei 8° R.	Spannkraft des Dunstes nach dem Haarhygrometer.	Spannkraft des Dunstes nach der *Bürg*'schen Tabelle.	Differenz.
6. Sept.	99.1	72.6	74.7	2.1
7. »	—	—	77.4	—
8. »	98.4	71.2	73.5	2.3
9. »	89.5	71.8	64.2	2.4
10. »	81.4	49.2	54.5	5.3
11. »	94.9	67.8	71.3	3.5
14. »	99.1	70.9	73.5	2.6
15. »	93.6	63.4	67.7	4.6
16. »	97.4	72.8	73.7	0.9
17. »	96.1	70.1	72.0	1.9
19. »	94.2	67.1	66.9	— 0.2
20. »	88.9	67.5	63.7	3.8
21. »	84.6	67.9	61.7	— 6.2
22. »	88.8	67.5	67.2	0.3
23. »	95.4	76.2	73.3	— 2.9
24. »	97.8	77.2	75.2	— 2.0
25. »	97.5	75.5	72.7	— 3.8
26. »	—	—	76.1	—
27. »	—	—	77.4	—
28. »	—	—	82.1	—
29. »	—	—	79.9	—
30. »	94.9	66.4	68.3	1.9
1. Oct.	93.5	66.1	67.6	1.5

10. Aus dieser Tabelle ersieht man, dafs zwischen den Spannkräften der Wasserdünste in der Luft, so wie sie aus dem Stande eines befeuchteten Thermometers und des Haarhygrometers berechnet werden, bedeutende Differenzen Statt finden. Da die Expansivkräfte, welche man mittelst des Schwefelätherhygrometers erhält, mit denen, welche sich aus der Differenz zwischen dem Stande eines trockenen und eines befeuchteten Thermometers ergeben, sehr wohl mit einander übereinstimmen, so mufs

man wohl die Ursache der genannten Abweichungen zwischen diesen Angaben und den eines Haarhygrometers auf den unrichtigen Stand des letzteren schieben. Die gröfste Differenz zwischen den Werthen von φ und φ' in der *Bürg*'schen Tabelle, die selbst unter 68 Beobachtungen nur ein Mal vorkommt, und aus Beobachtungen deducirt wurde, die Ritter v. *Bürg* selbst als *nicht ganz verläfslich* angibt, beläuft sich nur auf 0.059. Sie fand am 30. Juli Statt. Berechnet man für diesen Tag die relative Spannkraft, wie sie sich aus dem Schwefelätherhygrometer ergibt, so findet man sie = 59.2. Aus dem Stande des feuchten Thermometers ergibt sich für diesen Tag eine Spannkraft von 67.1, mithin beläuft sich für diesen ungünstigen Fall die Differenz auf 7.9, während viele Differenzen, wie sie die letzte Spalte obiger Tafel angibt, über 20 steigen. Merkwürdig ist es, dafs das Haarhygrometer nur in den ersten Beobachtungstagen gar so grofse Differenzen gibt, und dafs sie vom ersten September angefangen so klein werden, dafs man für diese Beobachtungen den beiden in der Tabelle verglichenen Methoden, die Feuchtigkeit zu bestimmen, beinahe gleichen Werth zuerkennen mufs. Ob dieses daher rührt, dafs in den ersteren Beobachtungstagen die Temperatur bedeutend höher war, als in den letzteren, oder ob das Haarhygrometer erst mit der Zeit den nöthigen Grad von Empfindlichkeit angenommen hatte, kann ich nicht entscheiden. Ersteres ist mir aber unwahrscheinlich, weil die Temperatur zwischen dem 7ten und 11. August fast so hoch stand, wie beim Beginne der Beobachtungen, und doch die Differenzen weit kleiner sind, als im Anfange; letzteres liefse sich aber mit den von *Saussure* selbst gemachten Beobachtungen vereinigen, nach welchen ein Hygrometer, das sich längere Zeit in trockener Luft befand, unter denselben Umständen doch hinter

einem anderen sonst mit ihm übereinstimmenden zurückbleibt, das vorher in feuchterer Luft war (Hygrometrie, S. 80); allein bleibt es immer räthselhaft, dafs das Instrument so lange gebraucht haben sollte, um den gehörigen Grad von Empfindlichkeit wieder zu erlangen. Auch der Umstand verdient hervorgehoben zu werden, und scheint für die letztere Ursache zu sprechen, dafs in den Fällen, wo grofse Differenzen Statt fanden, das Haarhygrometer zu grofse Trockenheit anzeigte. Es geschieht oft, dafs sich bei Haarhygrometern der Punct der gröfsten Feuchtigkeit dem Puncte der gröfsten Trockenheit an der Scale nähert, doch ist dieses nicht immer der Fall. Der Freiherr von *Jacquin* besitzt ein Haarhygrometer schon vierzig Jahre lang, wozu das Haar *Saussure* selbst zubereitet hatte, das in Genf unter seiner Leitung verfertigt, und mit seinem Probeinstrumente übereinstimmend gefunden wurde. Bringt man dieses in die Lage, wo der Zeiger auf 100 weisen sollte, so rückt er über 100 hinaus. Es findet also das Gegentheil von dem Statt, was ich an vielen von mir selbst verfertigten Haarhygrometern oft wahrnahm.

C. Vergleichung des Haarhygrometers mit dem Schwefelätherhygrometer.

11. Wiewohl man aus dem Vorhergehenden schon abnehmen kann, dafs ein Haarhygrometer mit einem *Körner*'schen eben so wenig übereinstimmt, als mit den Angaben eines befeuchteten Thermometers, so mag doch der Vollständigkeit wegen noch eine besondere Vergleichung zwischen jenen beiden Instrumenten angestellt werden. Um diese Vergleichung anstellen zu können, betrat ich folgenden Weg: Der Unterschied zwischen der Lufttemperatur, und der Temperatur, bei welcher das Schwefelätherhygrometer beschlägt, gibt die Anzahl

der Wärmegrade an, um welche die Temperatur sinken müfste, bis der gröfste Grad der Feuchtigkeit eintritt. Die oben genannte Tabelle von *Winkler* enthält dieselbe Anzahl Wärmegrade nach dem Stande des Haarhygrometers. Folgende Tafel dient zur Vergleichung beider Hygrometer. Die zweite Spalte enthält den Temperaturunterschied $T - \tau$ nach der *Bürg*'schen Tabelle, die dritte gibt die Wärmegrade d nach *Saussure* an, um welche die Temperatur sinken müfste, um das Haarhygrometer auf 100° zu bringen. Die vierte Spalte enthält die Differenzen der zwei vorhergehenden.

Beobachtungstag.	$T-\tau$	d	Differenz.	Beobachtungstag.	$T-\tau$	d	Differenz.
23. Juli.	4.12	5.55	— 1.43	17. Aug.	4.59	6.18	1.59
24. »	7.29	12.59	5.30	18. »	3.19	4.38	1.18
25. »	6.23	11.09	4.86	19. »	4.47	5.88	1.41
26. »	5.35	8,36	3.01	20. »	5.33	7.14	1.81
27. »	3.91	5.44	1.53	21. »	2.89	4.03	1.14
28. »	8.23	13.21	4.98	22. »	5.88	7.06	1.18
29. »	9.86	16.35	6.49	23. »	4.96	5.81	0.85
30. »	7.44	11,43	3.99	24. »	8.28	13.90	5.62
31. »	6.43	11.58	5.15	25. »	5.64	10.18	4.54
1. Aug.	5.54	8.53	2.99	26. »	5.71	8.74	3.03
2. »	5.07	7.54	2.47	27. »	6.54	11.09	4.55
3. »	3.92	5.81	1.89	28. »	5.38	9.00	3.62
4. »	3.82	4.84	1.02	29. »	8.41	15.55	7.14
5. »	3.20	3.93	0.73	30. »	7.98	14.44	6.46
6. »	3.32	4.38	1.06	31. »	6.72	9.00	2.28
7. »	8.30	14.38	6.08	1. Sept.	4.73	6.56	1.83
8. »	6.93	12.53	5.60	2. »	4.74	5.55	0.81
9. »	4.68	8.15	3.47	3. »	3.66	4.73	1.27
10. »	6.68	10.37	3.69	4. »	3.34	3.80	0.46
11. »	4.30	6.03	1.73	5. »	4.07	5.19	1.12
12. »	6.19	11.83	5.64	6. »	4.01	4.73	0.72
13. »	5.67	11.99	6.32	7. »	4.30	4.03	— 0.27
14. »	5.70	10.37	5.67	8. »	4.36	5.26	0.90
15. »	4.25	6.83	1.57	9. »	5.86	8.49	2.63
16. »	6.73	10.09	3.36	10. »	7.11	11.04	3,93

Beobachtungstag.	$T-\tau$	d	Differenz.	Beobachtungstag.	$T-\tau$	d	Differenz.
11. Sept.	4.64	6.57	1.83	24. Sept.	4.12	4.38	0.26
14. »	4.59	5.08	0.49	25. »	4.63	4.73	0.10
15. »	5.48	7.38	1.90	26. »	4.06	4.69	0.63
16. »	4.13	5.30	1.17	27. »	4.01	3.69	— 0.32
17. »	4.67	6.00	1.33	28. »	2.72	2.76	0.04
19. »	5.17	6.64	— 1.47	29. »	3.51	3.29	— 0.22
20. »	5.18	6.56	— 1.38	30. »	5.34	6.30	0.96
21. »	5.47	7.54	2.07	1. Oct.	5.21	6.83	0.62
22. »	5.21	6.48	1.27				
23. »	4.04	4.80	0.76				

Aus dieser Tabelle läfst sich für den Gang des Haarhygrometers dasselbe abnehmen, was über ihn vorhin gesagt wurde. Anfangs weicht es vom Schwefeläther-hygrometer sehr stark ab, in den letzteren Beobachtungstagen stimmen beide hinreichend mit einander überein, so dafs man wohl nicht umhin kann, die Abweichung des Haarhygrometers vom Schwefelätherhygrometer und einem befeuchteten Thermometer auf Rechnung eines unrichtigen Ganges des ersteren zu setzen.

12. Der Grad, auf welchen der Zeiger eines Haarhygrometers weiset, hat für sich noch keine *bestimmte* hygroskopische Bedeutung, er ist nur eine Gröfse, aus der sich mit Hülfe der Lufttemperatur die Spannkraft der Wasserdünste in der Luft und ihr Abstand von ihrem Maximum berechnen läfst. Dasselbe ist auch mit den Angaben eines Schwefelätherhygrometers und mit dem eines befeuchteten Thermometers der Fall; auch diese geben mittelst der beobachteten Lufttemperatur die Spannkraft des Wasserdunstes in der Luft an. Es trifft demnach der Vorwurf, welchen man den zuletzt genannten Hygrometern oft macht, dafs man aus ihren Anzeigen nicht den Feuchtigkeitszustand der Luft un-

mittelbar abnehmen kann, auch das Haarhygrometer, und man kann ihm demnach in dieser Hinsicht keinen Vorzug geben; um so mehr, da das Haarhygrometer eben so viel Rechnung fordert, als das *Körner*'sche, oder ein Thermometer mit befeuchteter Kugel, um aus seinem Stande die Expansivkraft des Wasserdunstes bestimmen zu können. Es mufs ersteres sogar nachstehen, wenn man auch von dem Einflusse der Zeit auf das Haar ganz absieht, weil es leichter ist, übereinstimmende Thermometer, mithin auch übereinstimmende *Körner*'sche Hygrometer zu verfertigen, als übereinstimmende Haarhygrometer. Ist ein Thermometer von der Hand eines guten Künstlers gekommen, und überdiefs gar noch nach *Bessels* vortrefflicher Methode berichtiget, so gibt es bei einer etwas grofsen Scale noch Zehntelgrade richtig an, und zwei solche Instrumente weichen nicht über $^1/_{10}{}^0$ von einander ab; Haarhygrometer konnte aber *Saussure* selbst, der keine Vorsicht versäumte, nur bis auf zwei Grade mit einander übereinstimmend machen (Hygrometrie, S. 80).

Aber ein anderer Umstand wird gewöhnlich als wesentlicher Vorzug eines Haarhygrometers angesehen, darin bestehend, dafs man, um den Feuchtigkeitsgrad zu erkennen, nicht erst nöthig hat, einen Versuch anzustellen, wie dieses bei dem Schwefelätherhygrometer der Fall ist, sondern nur den Stand des Zeigers zu beobachten braucht. Gegen dieses läfst sich wohl nichts einwenden, und man mufs gestehen, dafs von dieser Seite das Schwefelätherhygrometer dem Haarhygrometer offenbar nachstehet, nicht so aber *Leslie's* Hygrometer, oder das hygrometrische Verfahren mit einem befeuchteten Thermometer. Steht nämlich ein Gefäfs mit Wasser in der Nähe des Thermometers, das diesem mittelst Floretseide oder eines Streifens Musselin Flüssig-

keit zuführt, wie es von *August* angegeben wird; so braucht man, wenn man den Feuchtigkeitszustand der Luft erkennen will, nur den Stand dieses Thermometers mit dem eines trockenen zu vergleichen, mithin im Grunde auch nur eine Beobachtung zu machen, wie beim Haarhygrometer. Die weitere Rechnung, die den Feuchtigkeitszustand bestimmt angibt, ist für das nasse Thermometer beinahe einfacher als für das Haarhygrometer. Es werden aber hier beide als bekannt vorausgesetzt, da erstere der oft genannte Aufsatz von *Anderson*, letztere *Saussure's* Hygrometrie, oder *Winkler's* Tabelle enthält.

Endresultat.

13. Aus allen diesen Vergleichungen glaube ich die Schlüsse ziehen zu dürfen: 1) dafs man aus den Anzeigen des Haarhygrometers nicht mit hinreichender Sicherheit den Feuchtigkeitszustand der Luft abnehmen kann, indem auch ein ursprünglich gut adjustirtes Hygrometer dieser Art durch die Zeit und andere Umstände in seinem Gange gestört wird; 2) dafs ein Schwefelätherhygrometer mit den Anzeigen eines Thermometers mit befeuchteter Kugel hinreichend übereinstimme; 3) dafs letzteres Verfahren (mit dem befeuchteten Thermometer) vor ersterem (mit dem Schwefelätherhygrometer) wegen der gröfseren Leichtigkeit, Sicherheit und Schärfe der Beobachtung den Vorzug verdiene.

Da sich aus der Differenz zwischen einem trockenen und feuchten Thermometer nach zwei Formeln die Spannkraft der Wasserdünste in der Luft berechnen läfst, und beide nicht genau mit einander übereinstimmende Resultate geben, so frägt es sich: welche die gröfsere Sicherheit gewährt? Es ist kein Zweifel, dafs dieses bei der zweiten, nach welcher

$$f = F - \frac{b\,\delta}{1080 - 3\,\delta}$$

ist, Statt findet. Die erstere ist vom Luftdruck unabhängig dargestellt, der doch nach *Anderson's* und *Meikle's* Versuchen einen Einfluſs auf den Werth von δ hat; gibt also nur dann ein richtiges Resultat, wenn ein Luftdruck Statt findet, wie der, bei welchem die numerischen Coefficienten, welche die Formel enthält, bestimmt wurden. Da Perth, wo *Anderson* die Coefficienten bestimmte, tiefer liegt, und daher einen gröſseren Luftdruck hat, als Wiesenau in Kärnthen, wo Ritter v. *Bürg* seine Beobachtungen anstellte, so muſsten auch die Werthe von f gröſser ausfallen, als die von f'.

Obige Formel, die für englisches Maſs und für *Fahrenheit*'sche Wärmegrade eingerichtet ist, läſst sich leicht für ein auf dem Continente gewöhnlicheres Maſs, z. B. für Pariser Zoll und für das hunderttheilige Thermometer adaptiren. Zu diesem Behufe hat man:

$$1 \text{ Par. Zoll} = 1.06578 \text{ Engl. Z.}$$
$$\delta^{\circ}\, C = \tfrac{9}{5}\,\delta^{\circ}\, F.$$

Die besprochene Formel heiſst allgemein

$$f = F - \frac{b\,\delta}{30\left(A + \frac{B}{A}\,\delta\right)};$$

oder, wenn man $\frac{B}{A} = C$ setzt:

$$f = F - \frac{b\,\delta}{30\,(A + C\,\delta)},$$

wo f, F, b in englischen Zollen, δ in *Fahrenheit*'schen Graden ausgedrückt sind. Setzt man dafür französisches Maſs und Celsische Wärmegrade, so hat man:

$$f = F - \frac{b \,.\, \frac{9}{5}\,\delta}{30\,(A + C \,.\, \frac{9}{5}\,\delta)}$$

oder

$$f = F - \frac{b\,\delta}{30\,(\frac{5}{9}A + C\,\delta)}.$$

Weil aber nach *Anderson* $A = 36$, $C = -0{,}1$ ist, so wird $\frac{5}{9}A = 20$, und daher

$$f = F - \frac{b\,\delta}{600 - 3\,\delta}\ ^{1}).$$

VII.

Auflösung eines schweren algebraischen Problems;

vom

Dr. *Nürnberger.*

Im verwichenen Jahre ist öffentlich und wiederholentlich [2]) von einer analytischen Aufgabe die Rede ge-

---

[1]) Ich habe bei einer anderen Gelegenheit (Zeitsch. B. II. S. 222) diese Formel auf Pariser Mafs und auf das 80theilige Thermometer reducirt, aber aus Versehen irrig angegeben. Dessen ungeachtet sind die darnach berechneten Zahlen als das, was sie seyn sollen, nämlich als der Feuchtigkeit nahe proportionirte Zahlen, nicht unrichtig, weil der Fehler im Nenner des besprochenen Ausdruckes begangen wurde, den ich annäherungsweise als constante Gröfse betrachtete.

[2]) Zuerst in Nro. 14 des »allgemeinen Anzeigers der Dentschen.« In Nro. 64 desselben Blattes habe ich eine genäherte Auflösung gegeben, und bin hiernächst, bei weiterer Verfolgung des Gegenstandes, durch eine Mittheilung unseres vortrefflichen *Gaufs* unterstützt worden, welche aber mit benützt ist. Die blofse Theilnahme dieses grofsen Analysten würde hinreichen, um Interesse für den Gegenstand zu erregen. *N.*

wesen, die, wegen ihrer practischen Bedeutsamkeit und der Schwierigkeit einer genauen Auflösung, grofse Aufmerksamkeit erregt hat, und diese Aufmerksamkeit verdient. Es handelte sich nämlich um Beantwortung folgender Frage:

»*Ein Faſs enthält* 2000 *Quart Branntwein von* 80 *Procent Spiritusgehalt. Täglich sollen davon* 15 *Quart abgelassen, und hierauf* 12 *Quart von* 40 *Procent Spiritusgehalt zugegossen werden, bis der Spiritusgehalt des Restes auf* 50 *Procent herabgebracht ist. Nach wie viel Tagen wird dieſs geschehen?*«

Betrachtet man diese Frage zunächst aus dem physisch-practischen Gesichtspuncte, so drängt sich sogleich die Bemerkung auf, dafs eine Mischung zweier Flüssigkeiten von verschiedener specifischer Schwere eine Trennung in vielfache ungleichartige Schichten erleidet. Bei dieser Unmöglichkeit wirklicher Homogeneität schien mir, *in so fern es sich von der Ausübung handelt*, das nachstehende sehr einfache Näherungsverfahren vorläufig vollkommen hinreichend.

Durch Wegnahme von 15 Quart und Hinzugiefsung von 12 Quart wird der *Flüssigkeitsgehalt* täglich um 3 Quart, und also am ersten Tage auf 1997 Quart vermindert. 15 am ersten Tage weggenommene Quart zu 80 Procent enthalten 12 Quart Spiritus, und 12 nachher hinzugegossene Quart zu 40 Procent, 4,8 Quart Spiritus. Die in den 2000 Quart zu 80 Procent enthaltenen 1600 Quart *Spiritus* sind also am ersten Tage um $12 - 4{,}8 = 7{,}2$ auf 1592,8 vermindert. Man hat demnach

$$1997 : 1592{,}8 = 100 : 79{,}7 \text{ Procent},$$

d. h. der Spiritusgehalt im Fasse ist durch die erste Mischung von 80 auf 79,7 Procent herabgebracht. Berücksichtigt man, dafs die 15 am zweiten Tage wegzuneh-

menden Quart Mischung hiernach nur noch 11,9 Quart Spiritus enthalten, u. s. w., so findet man die folgenden Glieder = 79,5; 79,2; 79.

Diese Folge gehört aber sehr nahe einer geometrischen Progression von dem Exponenten 0,997 an; und es handelt sich also darum, die Anzahl der Glieder derselben zu finden, wenn das erste Glied = 80, und das letzte = 50 ist. Diese Anzahl findet sich nach einer bekannten Formel:

$$= \frac{\log. 50 - \log. 80}{\log. 0{,}997} + 1 = \frac{0{,}20412}{0{,}00130} + 1 \doteq 158,$$

d. h. die gesuchte Anzahl von Tagen, welche, da das erste Glied keinen Tag gilt, um 1 weniger beträgt, ist hiernach = 157.

Ich wiederhole, dafs dieses Resultat nur eine, lediglich für die Praxis zuläfsige, von der blofs rechnenden Genauigkeit aber nothwendig abweichende Annäherung gewährt. Denn man überzeugt sich leicht, dafs, wenn gleich einer gewissen Anzahl von Gliedern der Reihe durch einen bestimmten Exponenten Genüge geschieht, an weiter entfernten Stellen doch wieder ein anderer Exponent u. s. w. erforderlich seyn wird. Allenfalls könnte man Behufs der Erlangung gröfserer Genauigkeit mittelst dieser Näherungsmethode zuerst blofs die Anzahl der Glieder für eine Abnahme des Spiritusgehaltes um wenigere, etwa um 5 Procent, und an dieser Stelle der Reihe den neuen Exponenten, wie oben, unmittelbar suchen, so dafs die Gliederanzahl in mehreren Absätzen gefunden würde. Das nachstehende genaue Verfahren wird am besten zeigen, wie weit auch letztere Abänderung der von mir gezeigten Annäherungsweise, Falls sie rechnend wirklich ausgeführt werden sollte, mit dem rein analytischen Ergebnisse übereinstimmt.

Sey also, Behufs einer solchen erschöpfenden analytischen Behandlung der Aufgabe, die ursprüngliche Quantität des Flüssigen $= a$, ihr *specifischer* Spiritusgehalt $= b$; und nehme erstere nach 1, 2, ... x Tagen auf a', a'', ... A, letzterer aber auf b, b', ... B ab; sey ferner die Quantität des täglich Ausgeschöpften $= c$, des täglich Nachgegossenen $= d$, der specifische Spiritusgehalt des letzteren $= e$, und setze man endlich, Kürze wegen, $c - d$, d. i. $a - a'$, $= f$. Die Beschaffenheit der Aufgabe gibt sodann

$a' = a - f$, $a'' = a' - f = a - 2f \ldots A = a - xf$;

ferner

$ab - cb + de = a'b' = ab - cb + ce - ef = \ldots$
$ab - cb + ce - a'e + ae$, d. h.

$$(a - c) \cdot (b - e) = a'(b' - e) \quad \text{oder}$$

$$b' - e = (b - e) \cdot \frac{a - c}{a'} = (b - e) \cdot \frac{a - c}{a - f}.$$

Offenbar wird eben so

$$b'' - e = (b' - e) \cdot \frac{a' - c}{a''} = (b' - e) \cdot \frac{a - c - f}{a - 2f};$$

$$b''' - e = (b'' - e) \cdot \frac{a'' - c}{a'''} = (b'' - e) \cdot \frac{a - c - 2f}{a - 3f}$$

u. s. w., endlich aber

$$B - e = (b - e) \cdot \frac{a - c}{a - f} \cdot \frac{a - c - f}{a - 2f} \cdot \frac{a - c - 2f}{a - 3f} \cdots \frac{a - c - (x - 1)f}{a - xf}$$

In dieser Gleichung ist, aufser x, Alles bekannt, und die Beantwortung der Frage hängt daher blofs von Auflösung der Gleichung ab. Allgemein (in Zeichen) ist sie in Beziehung auf x transcendenter Art, wie man gleich übersieht; sie wird aber allemal algebraisch, und blofs von der Ordnung $\frac{c}{f} - 1$, wenn $\frac{c}{f}$ eine ganze Zahl ist. Diefs ist der Fall in der vorgelegten Frage, für welche wir haben:

$$a = 2000,$$
$$b = 0{,}8,$$
$$c = 15,$$
$$e = 0{,}4,$$
$$f = 3,$$
$$B = 0{,}5;$$

die Gleichung wird dadurch:

$$1 = \frac{4 \cdot 1985 \cdot 1982 \cdot 1979 \cdot 1976 \cdot 1973 \ldots (1988 - 3x)}{1997 \cdot 1994 \cdot 1991 \cdot 1988 \cdot 1985 \ldots (2000 - 3x)}.$$

Da nun hier nach den vier ersten Factoren des Nenners gerade die Factoren des Zählers der Reihe nach erscheinen, eine Folge davon, dafs $c = 5f$, so findet offenbar eine Destruction Statt, so dafs im Zähler, ausser der Zahl 4, nur die vier letzten, im Nenner nur die vier ersten Factoren übrig bleiben. So erhält man

$$1 = \frac{4 \cdot (1997 - 3x) \cdot (1994 - 3x) \cdot (1991 - 3x) \cdot (1988 - 3x)}{1997 \cdot 1994 \cdot 1991 \cdot 1988},$$

also eine blofs biquadratische Gleichung, die sich jedoch auf zwei quadratische zurückführen läfst. Zu diesem Zwecke setze man

$$\tfrac{1}{4} \cdot 1997 \cdot 1994 \cdot 1991 \cdot 1988 = M \text{ und}$$
$$1992\tfrac{1}{2} - 3x = y, \text{ so kommt}$$

$$M = (y + \tfrac{9}{2}) \cdot (y + \tfrac{3}{2}) \cdot (y - \tfrac{3}{2}) \cdot (y - \tfrac{9}{2}) \text{ oder}$$
$$M = y^4 - \tfrac{45}{2} y^2 + \tfrac{729}{16},$$
$$M + 81 = y^4 - \tfrac{45}{2} y^2 + \tfrac{2025}{16} = (yy - \tfrac{45}{4})^2, \text{ also}$$
$$y = \sqrt{[\tfrac{45}{4} + \sqrt{(M + 81)}]}, \text{ und endlich}$$
$$x = \frac{1992\frac{1}{2} - y}{3} = 664\tfrac{1}{6} - \sqrt{\left[\frac{5}{4} + \sqrt{\left(\frac{M}{81} + 1\right)}\right]}.$$

Nun ist, wenn die oben angedeuteten rechnenden Operationen vollzogen werden:

$$M = 394031432\,5486;$$

und, bei Beschränkung auf die Grenzen:

$\frac{M}{81} + 1 = 4864585587_1$; ferner

$\sqrt{\left(\frac{M}{81} + 1\right)} = 220558$, und endlich

$\sqrt{[\frac{5}{4} + 220558]} = 469$;

welches, von 664 abgezogen, für x, als Anzahl der ganzen Tage, 195 läfst.

Dieses ist also das, bis auf den Bruch, vollkommen genaue *analytische* Resultat, nach welchem jedes, die *physischen* Beziehungen der Frage mit betrachtende Näherungsverfahren geprüft werden kann.

VIII.

Fortschritte der Physik in der neuesten Zeit.

A. Magnetismus.

1. *Christie's* Theorie der täglichen Variation der Magnetnadel.

(Edinb. phil. Journal. N. 6, p. 356.)

Es ist in der neueren Zeit öfters behauptet worden, dafs das Sonnenlicht auf den Erdmagnetismus einen Einfluſs ausübe, und dafs sich davon die kleineren Veränderungen im Stande einer Magnetnadel ableiten lassen. *Christie* sucht die Ursache dieses Einflusses in einem thermo-magnetischen Verhalten zwischen der Erde und ihrer Atmosphäre, nach welchem das Sonnenlicht nur durch seine erwärmende Kraft, nicht durch sein Leuchtvermögen wirkend angenommen wird. Ich theile das Wesentliche der Versuche mit, die in seinen Augen diese Theorie unterstützen sollen, bin aber der Meinung, dafs das Licht als solches durch seine eigene leuchtende Na-

tur, abgesehen von seinem Erwärmungsvermögen, einen Einfluſs auf den Erdmagnetismus ausübet.

Christie hielt es zur Prüfung seiner Hypothese für nothwendig, zuerst zu untersuchen, ob auch thermomagnetische Phänomene eintreten, wenn die zwei Metalle, an denen sie erregt werden sollen, durchaus in gleichförmiger Berührung stehen, und nicht bloſs einen Punct mit einander gemein haben. Zu diesem Behufe nahm er einen flachen Ring aus Kupfer, an dessen innerer Fläche eine Wismuthplatte angeschmolzen war, so daſs das Ganze eine kreisförmige Platte vorstellte, die 12 Z. im Durchmesser hatte, und 119 Uncen Troy-Gewicht wog. Er erhitzte einen bestimmten Punct jenes Umfanges mittelst einer Lampe, nahm diese hierauf weg, brachte eine zum Theil astatisch gemachte Magnetnadel in ihre Nähe, drehte die Scheibe hierauf in ihrer eigenen Ebene, um sie in ein einem Parallelkreise der Erde ähnliches Verhältniſs zu bringen, und bemerkte die Ablenkung, welche sie an der Nadel hervorbrachte. Auf diesem Wege fand er, daſs durch Erhitzung eines Theils des Umfanges der Scheibe eine temporäre Polarität erzeugt werde. Es entstehen da vier Pole, zwei Nordpole und zwei Südpole, erstere liegen in einem, letztere in dem anderen Halbkreise, dem ersteren gegenüber; alle fielen in die Wismuthplatte. Das Verhalten dieser zwei Metalle gegen einander verglich er nun mit dem der Erde gegen ihre Atmosphäre. Um die Ähnlichkeit noch gröſser zu machen, füllte er eine hohle kupferne Kugel mit Wismuth, erhitzte sie am Äquator, jedoch nicht gleichförmig, sondern so, daſs ein Theil derselben eine höhere Temperatur erlangte als der andere, gab ihr hierauf eine solche Lage, daſs ihre Axe gegen den Horizont geneigt war, und der erhöhte Pol gegen Norden sah, und beobachtete die Ablenkung, welche sie an ei-

ner Magnetnadel hervorbrachte. Befand sich die am meisten erwärmte Stelle über dem Horizont, so erschien die Ablenkung des Nordpoles der Magnetnadel immer östlich, stand aber dieser Punct unter dem Horizont, so war die Abweichung westlich, mithin so, wie sie die Erfahrung an der Nordhälfte der Erde zeigt.

Aus dem erwähnten thermo-magnetischen Versuche ging hervor, dafs die Erde durch Erwärmung mittelst des Sonnenlichtes vier magnetische Pole bekommt. Um eine hinreichende magnetische Kraft zu erhalten, ersetzte nun *Christie* die vier in seiner Platte durch Erhitzung erzeugten Pole durch die zweier 6 Z. langen Magnetstäbe, deren Axen er so sich kreuzen liefs, dafs sie mit der Axe, um die sie gedreht werden sollten, denselben Winkel machten, den die durch Erwärmung in obiger Platte erzeugten Pole andeuten, setzte sie in drehende Bewegung, und beobachtete die Ablenkung, die sie an einer horizontal schwebenden darüber gestellten Magnetnadel hervorbrachten. Indem er nun die Drehungsaxe seines Apparates gegen den Horizont nach der Polhöhe verschiedener Orte auf der Erdoberfläche einrichtete, verglich er die dabei Statt habende Ablenkung der Magnetnadel mit der in diesen Orten wirklich beobachteten. Die Vergleichung ward gemacht mit den Beobachtungen zu Fort Enterprise von *Hood* im Jahre 1821, Breite 64°, 28′ N.; zu London von *Canton* im Jahre 1759; zu Port Bowen von *Foster* im Jahre 1825; zu Bushy Heath von *Beaufoy* im Jahre 1820. Die Vergleichung fiel zu Gunsten der *Christie*'schen Hypothese aus, nur die Zeit der gröfsten und kleinsten Abweichung ergab sich nach der Hypothese anders, als nach der Erfahrung.

2. *Kupffer's* Untersuchungen über die Vertheilung der magnetischen Kraft in Magnetstäben.

(Ann. de Chim. et de Phys. Tom. 35, p. 50 e. s.)

Kupffer in Kasan, dem man schon mehrere Untersuchungen über den Magnetismus verdankt, hat auch die Vertheilung der magnetischen Kräfte in einem Stahlstabe untersucht, der entweder durch den Erdmagnetismus allein, oder durch diesen und durch Bestreichen mit einem Magnete magnetisch geworden war. Seine Absicht ging dahin, die Stelle, wo der Stab auf einen nahen Magnet gar nicht wirkt, d. h. den Indifferenzpunct desselben und den Ort, wo man den Mittelpunct aller magnetischer Kräfte dieses Stabes, die nach der Richtung seiner Axe wirken, annehmen kann, näher zu bestimmen. Das Mittel, welches er zur Auflösung dieser Aufgabe anwendete, war der Einfluſs, den ein Stab, wie der oben genannte, auf die Schwingungen einer horizontal schwebenden Magnetnadel ausübte, wenn er so gegen sie gestellt wurde, daſs ein bestimmter Punct in ihrer Verlängerung sich befand. Aus diesem Einflusse lieſs sich die magnetische Intensität der der Nadel gegenüber stehenden Stelle durch bekannte Rechnungen finden.

Der Stab, dessen sich *Kupffer* bediente, war cylindrisch, 607 Millim. lang, 12,5 Mill. dick, und bestand aus ungehärtetem Guſsstahl. Die Magnetnadel war flach, gerade, und 12 Mill. lang. Sie oscillirte in einer Entfernung von 3 Decim. vom Stabe. Zuerst war dieser Stab in seinem natürlichen Zustande, bloſs dem Erdmagnetismus überlassen, in verticaler Stellung der Nadel gegenüber gestellt, und an verschiedenen Stellen seine Einwirkung auf sie untersucht; hierauf lieſs ihn *Kupffer*

über den Nordpol eines starken, künstlichen Magnetes hingleiten, damit er schwach magnetisirt wurde, und wiederholte das vorige Verfahren wieder; endlich ertheilte er ihm auf dieselbe Weise die ganze magnetische Kraft, die er anzunehmen fähig war, und machte wieder dieselben Versuche damit, und zwar wenn der Nordpol der Stange gegen aufwärts, und wenn er gegen abwärts gekehrt war.

Die allgemeinen Resultate, welche diese Versuche geben, sind:

1) Bei der angedeuteten Methode zu Magnetisiren ist der Pol, welcher unmittelbar durch Berührung mit dem künstlichen Magnet hervorgebracht wird, stärker als der andere.

2) Der Indifferenzpunct liegt immer dem stärkeren Pole näher als dem schwächeren.

3. Eine künstliche Magnetstange hat immer den stärkeren Magnetismus, wenn (in unserer Hemisphäre) der Nordpol abwärts gekehrt ist, als wenn er nach aufwärts gerichtet ist. Die Ursache dieses ungleichen Verhaltens ist leicht einzusehen; denn einer Stange, der man unabhängig vom Erdmagnetismus eine magnetische Polarität ertheilt hat, wird auch vom Erdmagnetismus afficirt, und ihr unteres Ende ein Nordpol, das obere ein Südpol. Steht nun ihr künstlicher Nordpol nach aufwärts, so fällt er in den Südpol, den der Erdmagnetismus erzeugt, und wird dadurch geschwächt; dasselbe erfolgt mit einem Südpole, dessen Kraft durch den vom Erdmagnetismus erregten Nordpol vermindert wird. Bei der entgegengesetzten Stellung des Stabes hingegen fallen die gleichnamigen Pole in dieselbe Hälfte, und unterstützen sich einander.

Ähnliche Resultate ergaben sich, als der Magnetstab in horizontaler Stellung der Magnetnadel gegenüber

stand; auch da wirkte er mit gröfserer Kraft auf sie ein, wenn sein Nordpol gegen Nord gerichtet war, als wenn er eine entgegengesetzte Stellung hatte.

Um den Mittelpunct der magnetischen Kraft des Stabes zu finden, liefs *Kupffer* eine Magnetnadel in zwei verschiedenen Entfernungen von demselben oscilliren. Wurden die Entfernungen vom Mittelpuncte der Magnetnadel an bis zum äufsersten ihr zugekehrten Ende des Stabes gemessen; so waren die Wirkungen des Stabes nahe im verkehrten Verhältnisse der Quadrate dieser Entfernungen, mithin der Mittelpunct der Kräfte sehr nahe am Ende des Stabes. Man findet die Distanz $= a$ dieses Punctes vom Ende des Stabes in der Voraussetzung, dafs die Wirkungen dieses Stabes im verkehrten Verhältnisse der Quadrate der Entfernungen vom Mittelpuncte der Nadel stehen, durch die Formel

$$a = \frac{b'\sqrt{k'} - b\sqrt{k}}{\sqrt{k} - \sqrt{k'}} \text{ *)},$$

wo b und b' zwei verschiedene Entfernungen des Stabendes vom Centrum der Nadel, k und k' die in dieser

---

*) Es ist nämlich unter Voraussetzung der genannten Bedeutungen von a; b, b'; k, k' für einen Versuch in der Entfernung b

$$k = \frac{c}{(b + a)^2},$$

und für einen anderen in der Entfernung b'

$$k' = \frac{c}{(b' + a)^2},$$

wo c eine für denselben Stab in denselben magnetischen Verhältnissen constante Gröfse bedeutet. Sucht man sie aus beiden Gleichungen, setzt ihre Werthe einander gleich, so erhält man

$k(b+a)^2 = k'(b'+a)^2$ oder $(b+a)\sqrt{k} = (b'+a)\sqrt{k'}$, und hieraus obigen Ausdruck. *B.*

Distanz ausgeübten Kräfte des Stabes sind. An einem bis zur Sättigung magnetisirten Stabe ist der Werth von a negativ, d. h. der Punct, den a bezeichnet, liegt aufserhalb des Stabes; bei schwach magnetisirten Stäben ist am schwächeren Ende stets a positiv, und kann sogar einen bedeutenden Werth erlangen.

Als *Kupffer* einen cylindrischen Stahlstab durch Berührung eines Endes desselben mit dem Nordpol eines kräftigen Magnetes magnetisirt hatte, und die Gröfse a untersuchte, fand er sie desto gröfser, je weiter der Indifferenzpunct von der Mitte der Stange entfernt war, und an dem Ende negativ, dem der Indifferenzpunct näher lag, am anderen hingegen positiv. *Kupffer* glaubt aus diesen Umständen die verschiedene Einwirkung des glühenden Eisens auf eine Magnetnadel, die *Barlow* (*Gilbert's* Annalen, B. 73, S. 229) näher untersuchte, erklären zu können. Da an sehr schwachen Magneten die Indifferenzpuncte den Extremitäten sehr nahe sind, und Eisen, das nahe am Hellrothglühen ist, von der Erde nur schwach magnetisch wird, so kann sich an jedem Ende ein Indifferenzpunct bilden, so dafs man mit der Probenadel leicht auf Puncte geräth, die schon einen dem Ende entgegengesetzten Magnetismus besitzen; so wie aber die Eisenstange der Dunkelrothglühhitze nahe kommt, bei der sie von der Erde stark magnetisch gemacht werden kann, rückt der Indifferenzpunct gegen die Mitte zu, und die Einwirkung auf die Probenadel erfolgt wie bei der gewöhnlichen Temperatur.

Auf die Lage des Indifferenzpunctes und des Mittelpunctes der Kräfte, die auf eine Nadel wirken, hat die Gestalt des Stabes und die Temperatur einen grofsen Einflufs. Bei einem bis zur Sättigung magnetisirtem Stabe, der an einem Ende abgerundet war, und an diesem der Probenadel genähert wurde, war der Indif-

ferenzpunct in der Mitte. Als dieses Ende zugespitzt wurde, rückte dieser Punct der Spitze immer näher, je länger sie war, und der Werth von a, der anfangs negativ war, verminderte sich, wie man die Spitze verlängerte, ward endlich $=0$, und zuletzt gar positiv.

Durch Erwärmen wird der Mittelpunct der Kräfte gegen die Mitte der Stange hingezogen. Defswegen rückt er, falls er bei der gewöhnlichen Temperatur aufserhalb des Stabes liegt, näher an ihn, fällt in das Ende selbst, und entfernt sich gar nach innen zu von diesem.

3. Magnetische Versuche in China und St. Helena zur Bestimmung der Ebene ohne Abweichung in diesen Ländern. Von *Wilson.*

(Edinb. Journ. of Science. N. 12, p. 318.)

Bekanntlich hat *Barlow* gefunden, dafs eine Magnetnadel von einer Eisenkugel nicht unter allen Umständen abgelenkt wird, sondern, dafs es zwei Ebenen gibt, in welche die Nadel gestellt werden kann, ohne dafs sie von der Eisenmasse eine Ablenkung erleidet. Diese zwei Ebenen sind zu Woolwich, wo *Barlow* die Versuche anstellte, die auf der Axe einer frei schwebenden Magnetnadel senkrechte Ebene, und die des magnetischen Meridians. Beide Ebenen ändern sich mit der geographischen Lage des Ortes, und es ist nicht uninteressant zu sehen, ob denn die Ebenen, wo keine Ablenkung erfolgt, überall mit den obigen zwei durch den Erdmagnetismus bestimmten zusammen fallen, wie es in Woolwich, und nach *Schmid's* Versuchen in Giefsen der Fall ist. Besonders wichtig sind Versuche hierüber an Orten, wo eine von der in unseren Gegenden sehr verschiedene oder gar entgegengesetzte Neigung Statt findet.

Von der Art sind die von *Wilson* in China und in St. Helena angestellten.

In beiden Orten wurden die Versuche mit einer Eisenkugel von 12.68 Z. Durchmesser angestellt, und die Magnetnadel in einem Kreise von 21.1 Z. Durchmesser um sie herumgeführt. Die Neigung der Magnetnadel fand *Wilson* in dem Orte des Versuches in China mit seiner Neigungsnadel 31°, 20′ nördlich, und die Neigung der Ebene ohne Abweichung fand er 54°, 33′; 55°, 1′; 54°, 29′, also im Mittel 54°, 44′. Wäre die Neigung der Axe der Magnetnadel richtig angegeben, so betrüge die Neigung der auf ihr senkrechten Ebene

$$90° - 31°, 20′ = 58°, 40′;$$

weil aber *Wilson* vor seiner Abreise in London fand, dafs seine Neigungsnadel daselbst die Neigung um 1°, 36′ zu klein angab, so mufs auch in China die Neigung gröfser als 31°, 20′ seyn. Setzt man sie

$$31°, 20′ + 1°, 36′ = 32°, 56′,$$

so bekommt die auf der Axe der Neigungsnadel senkrechte Ebene eine Neigung von 57°, 7′, die um etwa 3° kleiner ist als die Neigung der Ebene ohne Ablenkung gegen den Horizont.

In St. Helena ergab sich die Neigung der Ebene ohne Ablenkuug bei zwei Versuchen gleich 72°, 52′ und 72°, 48′, mithin im Mittel gleich 72°, 50′, und die Neigung der Magnetnadel ergab sich aus *Wilson's* Beobachtung gleich 16°, 31′ südlich. Bringt man, wie oben, den Fehler der Neigungsnadel in Rechnung, so findet man die Neigung der auf der Axe der Neigungsnadel senkrechten Ebene gleich 75°, 5′, also um 2°, 35′ gröfser als die Neigung der Ebene ohne Abweichung.

Diese an und für sich nicht geringe Differenz scheint aber nur von einem Umstande abzuhängen, den *Wilson*

bei Gelegenheit dieser Versuche zuerst bemerkte, nämlich von einer ungleichen Entfernung der beiden Pole der Magnetnadel von der Axe, um die sie sich bewegte, mithin von der ungleichen Vertheilung des Magnetismus in den beiden Hälften der Magnetnadel.

4. Wiederholung der Versuche über die Einwirkung einer rotirenden Eisenscheibe auf eine Magnetnadel zu Port Bowen. Von *Foster*.

(Phil. transact. for the year 1826. *P. IV. p.* 188.*)*

Christie hat den Einfluſs einer rotirenden eisernen Scheibe auf eine horizontal schwebende Magnetnadel durch Versuche geprüft, und die Gesetze dieses Einflusses nachgewiesen. (Siehe B. II. S. 322 u. f. dieser Zeitschrift.) Diese Gesetze hängen gleich denen, welche im vorhergehenden Aufsatze erwähnt wurden, von der geographischen oder vielmehr magnetischen Lage des Beobachtungsortes ab, und es muſste sowohl *Christie* als jedem Freunde der Physik erwünscht seyn, daſs diese Versuche in anderen Orten wiederholt wurden, besonders in solchen, wo die magnetische Neigung und die Stärke des Erdmagnetismus sehr stark gegen dieselben Gröſsen im ersten Beobachtungsorte variiren. *Foster* hat im Mai und Juni 1825 zu Port Bowen, wo die Neigung der Magnetnadel 88° übertrifft, diese Versuche wiederholt, und nicht nur die factischen Resultate *Christie's*, sondern auch seine Vermuthung bestätiget, daſs die Wirkungen einer rotirenden Eisenscheibe im verkehrten Verhältnisse mit dem Cosinus der magnetischen Neigung wachsen.

Christie hatte nämlich ausgemittelt, daſs die Ablenkung, welche eine solche rotirende Scheibe an einer horizontal schwebenden Magnetnadel hervorbringt, nicht

von der Lage dieser Scheibe gegen eine *solche* Nadel, sondern gegen die einer Neigungsnadel abhänge, welche mit jener einerlei Mittelpunct hat; und *Foster* hat dasselbe zu Port Bowen gefunden. Die Richtung, in welcher die Ablenkung erfolgte, war zu Port Bowen mit der zu Woolwich von *Christie* beobachteten ganz übereinstimmend.

Befand sich die Eisenplatte in einer auf dem magnetischen Äquator und Meridian der Nadel senkrechten Ebene *), so fand *Christie* die mittlere von der Rotation herrührende (die von der durch die ruhende Scheibe erzeugten wohl unterschieden werden mufs; von letzterer allein ist hier die Rede) in der Breite von 0° gleich 1°, 36′, und in der Breite von 90° gleich —0°, 45′; zu Port Bowen betrugen diese Ablenkungen 14°, 14′ und —6°, 28′, mithin nahe in demselben Verhältnisse mehr, als der Cosinus der Neigung gröfser ist. Jedoch in der Angabe des Punctes, wo die Rotation der Scheibe keine Ablenkung hervorbrachte, weichen beide Beobachtungen von einander ab; nach *Christie* erfolgt dieses

*) *Christie* denkt sich die horizontal schwebende Nadel durch eine am Schwerpuncte frei aufgehängte ersetzt, die mit ersterer einerlei Mittelpunct hat, und aus diesem Mittelpuncte eine Kugelfläche beschrieben, an der sich nach der Lage der Axe der Magnetnadel ähnliche Ebenen annehmen lassen, wie man sie an der Himmelssphäre nach der Lage der Erdaxe annimmt. Die verlängerte Axe der Neigungsnadel bezeichnet an der Kugelfläche die beiden Pole, eine darauf senkrechte und durch ihren Mittelpunct gehende Ebene die des magnetischen Äquators, eine verticale durch beide Pole gehende die des Meridians, etc. Jeder Punct der Kugelfläche konnte durch seine Länge und Breite eben so bestimmt werden, wie durch diese Gröfsen die Lage eines Punctes auf der Erdoberfläche angegeben werden kann.

in einer Breite von 54° 3/4, nach *Foster* bei 52° 1/2. *Christie* meint, dafs diese Abweichung nicht auf Rechnung eines Beobachtungsfehlers kommen könne, und verspricht darum seine eigenen Versuche hierüber noch ein Mal vorzunehmen.

Befand sich die Eisenplatte in einer Berührungsebene der magnetischen Sphäre, die um die Magnetnadel beschrieben gedacht wurde, und war ihr Mittelpunct im Pole, so war nach *Christie's* Versuchen keine Ablenkung der Magnetnadel bemerkbar; befand sich aber ihr Mittelpunct in dem Puncte des Äquators, wo er vom Meridian geschnitten wurde, so erreichte die Ablenkung ihr Maximum. Nach *Foster's* Versuchen ist die Ablenkung an derselben Stelle der Platte gleich Null, aber ihren gröfsten Werth hatte sie, wenn sich das Centrum der rotirenden Scheibe in zwei Puncten befand, deren einer zwischen dem Äquator und dem Südpole in einer Länge von 90°, der andere zwischen dem Äquator und dem Nordpole in einer Länge von 270° lag. Die Ursache dieser Abweichung fanden *Christie* und *Foster* darin, dafs zu Port Bowen die Richtkraft der horizontalen Nadel viel kleiner, und die durch Rotation bewirkte Ablenkung viel gröfser ist, als an *Christie's* Observationsplatze, und darum in ersterem Orte diese Richtkraft durch die Anziehung der Eisenplatte mehr vermindert wurde, als in letzterem.

Bei *Christie's* Versuchen war die Ablenkung der Magnetnadel unmerklich, wenn sich der Mittelpunct der rotirenden Platte in einer auf dem Äquator und dem Meridian senkrechten Ebene befand, und sie die magnetische Sphäre berührte; zu Port Bowen hingegen war die Ablenkung bei dieser Lage der Eisenplatte wohl merklich, es liefsen sich aber die Puncte wahrnehmen, wo

die Scheibe in der genannten Ebene keine Ablenkung hervorbringen konnte.

5. Über die gegenseitige Wirkung der Theile magnetischer Körper auf einander. Von *Christie*.

(Phil. trans. 1827. *P. I. p. 71.)*

Ungeachtet der zahlreichen Versuche, die man angestellt hat, um die Einwirkung magnetischer Körper auf einander kennen zu lernen, ist man doch nicht dahin gelangt, ohne Hypothese die Wirkung angeben zu können, welche einem einzelnen Elemente derselben zugeschrieben werden mufs, damit der Effect des Ganzen so ausfällt, wie ihn die Erfahrung angibt; und doch mufs man so weit gekommen seyn, wenn man im Stande seyn soll, den Einflufs der Gestalt der Körper, ihrer gegenseitigen Entfernung etc. vorhinein zu bestimmen. *Christie* machte den Versuch, diese Aufgabe für den Fall zu lösen, wo ein Magnet und eine Kupferscheibe auf einander einwirken. Das Wesentliche dieser Arbeit mag hier Platz finden, nicht sowohl, weil dadurch obige Aufgabe auf die erwünschte Weise aufgelöset ist, sondern weil sie einen neuen Weg zeigt, der vielleicht, wenn er von Mehreren betreten wird, zum Ziele führt.

Christie's Aufsatz zerfällt in zwei Theile. Im ersten sucht er durch Experimente die Gröfse der Einwirkung zweier verticaler rotirender Magnetstäbe auf horizontal darüber hängende kupferne Ringe und Scheiben bei verschiedenen Entfernungen der Drehungsaxe der Magnete vom Mittelpuncte der Scheiben und Ringe, in horizontaler Richtung gemessen; im zweiten sucht er dieselbe Einwirkung bei verschiedener Entfernung der obersten Pole der Magnete von der unteren Fläche der Ringe und Scheiben. Aus dieser gesuchten Gröfse, welche die

Wirkung aller Elementartheile der auf einander einwirkenden Körper angibt, bestimmt er mittelst Rechnung die Gröfse der Wirkung auf ein einzelnes Element. Die Stärke der Einwirkung der ganzen Massen auf einander sucht er aber nicht auf dem bisher betretenen Wege, nämlich aus dem Drehungswinkel der Kupferscheibe oder aus der Anzahl der Umdrehungen, die sie bei einer gewissen Geschwindigkeit der rotirenden Magnete in einer bestimmten Zeit macht, sondern aus der Torsion eines elastischen Drahtes, welche der Einwirkung der Magnete auf die Kupfermasse das Gleichgewicht hält. Ich hoffe, der Leser wird sich von dem hierzu gebrauchten Apparate aus Folgendem eine deutliche Vorstellung machen können: Man denke sich unter der Platte eines horizontalen Tisches ein Drehwerk angebracht, das sich durch eine Kurbel in Bewegung setzen läfst, und wovon eine cylindrische Stange (die Axe) in verticaler Richtung über diese Platte hervorsteht. An dieser Stange stelle man sich eine hölzerne, verticale Rahme vor, in welcher in gleicher Entfernung von der Drehungsaxe zwei verticale, mit dem Südpole nach aufwärts gekehrte Magnetstäbe befestiget sind. Sobald man die Kurbel dreht, fängt obiger Cylinder zu rotiren an, und führt mit sich die Rahme und die zwei daran befestigten Magnete im Kreise herum. Über den beiden Magneten denke man sich einen Bogen Papier oder ein dünnes Bret als Schirm, der aber mit ihnen nicht in Verbindung stehet. An der oberen Fläche dieses Papieres sey ein Kreis beschrieben und in Grade getheilt, und über ihn die zum Versuche bestimmte Kupferscheibe schwebend. Sie hängt an einem Metalldraht, der am oberen Theile einfach ist, nahe am unteren Ende aber aus vier Theilen besteht, damit die Platte wie eine Wagschale daran befestiget werden kann.

Christie brauchte zwei Kupferscheiben von 8,4 Z. im Durchmesser, wovon eine 5298 Gr., die andere 5232 Gr. wog. Durch Zugabe von Glas machte er die zweite an Gewicht der ersten gleich. Der Draht, woran sie hingen, war von Nro. 22, und hatte eine Länge von 45,6 Z.

Bei den Versuchen wurden die Magnete in einer Secunde fünf Mal herumgedreht, und bei jeder Stellung der Kupfermasse gegen die Magnete folgendes beobachtet: 1) die Zeit, in welcher die Kupferscheibe eine, zwei etc. Umdrehungen machte; 2) nach wie viel Umdrehungen sie durch die Torsion des Fadens zum momentanen Stillstande gebracht wurde; 3) die Zahl der Umläufe nach der entgegengesetzten Richtung, bis sie neuerdings durch die Torsion des Fadens zum Umkehren gezwungen war.

Es sey nun die Kraft, welche in der Entfernung $= 1$ von der Rotationsaxe der Torsion von α^0 des Drahtes das Gleichgewicht hält, gleich $m\alpha$, wo m eine durch Versuche zu bestimmende Constante ist, ferner t die Zeit, in welcher die Scheibe sich um den Bogen δ dreht, mithin die Torsion δ Statt findet, und v die Geschwindigkeit eines Punctes der Scheibe, dessen Distanz von der Drehungsaxe $= 1$ ist, so hat man:

$$v\,dv = m(\alpha - \delta)\,d\delta, \quad v^2 = m(2\alpha\delta - \delta^2)$$

$$\text{und} \quad t = \frac{1}{\sqrt{m}} \cdot \frac{1}{\text{sin. ver.}\,\frac{\delta}{\alpha}}.$$

Gehen die Gröfsen t und δ in t' und δ' über, wenn $v = 0$ ist, d. h. die Scheibe anfängt umzulenken, so ist

$$2\alpha\delta' - \delta'^2 = 0 \quad \text{und} \quad \alpha = \tfrac{1}{2}\delta',$$

$$\text{mithin} \quad t' = \frac{1}{\sqrt{m}} \cdot \pi.$$

Bei der ersten Versuchsreihe schwebte die Kupfer-

platte 1 Z. über den Magneten. Diese selbst aber wurden nach der Reihe der Drehungsaxe von 4.2 Z. auf 3.7; 3.2; 2.7; 2.2; 1.7 Z. genähert, und bei jedem Stande obige Messungen vorgenommen; dabei befand sich der Mittelpunct der Kupferplatte in der verlängerten Drehungsaxe. Der mittlere Werth von t' ergab sich = 269,83 S., oder nahe 270 S., so dafs $\sqrt{m} = \frac{2}{3}$ ist. Demnach sind die Werthe von α nach der Reihe 680,5; 1198,4; 1528,7; 1463,1; 1110,9; 623,6. Nur der erste und letzte Werth entfernt sich weit von den anderen, die übrigen kommen einander nahe genug, darum *Christie* den ersten und letzten Versuch für fehlerhaft hält.

Sowohl bei den hier angeführten, als auch bei 169 anderen Beobachtungen, die *Christie* absichtlich anstellte, um das Verhältnifs zwischen den Gröfsen α und δ auszumitteln, ergab sich, dafs α in demselben Verhältnisse wächst, in welchem δ abnimmt. Unter der genannten Anzahl von Experimenten kommen nur 14 Fälle vor, wo das Gegentheil Statt fand, und da waren die Differenzen so klein, dafs man sie leicht Beobachtungsfehlern zuschreiben kann. Dieses stimmt auch mit der von *Herschel* und *Babbage* aufgestellten Behauptung recht wohl überein, nach welcher die Einwirkung des Magnetes auf die Kupferscheibe von dem Unterschiede zweier Systeme von Kräften abhängt; in das eine System gehören jene Kräfte, womit die mittelbar über einander liegenden Theile des Magnetes und der Kupferscheibe auf einander wirken, und in das andere jene, wodurch die vorausgehenden Theile der Scheibe vom Magnete afficirt werden. *Christie* meint, der rotirende Magnet könne bei grofser Geschwindigkeit nicht seine volle Wirkung auf jeden einzelnen Theil der Kupferplatte ausüben.

Werden obige Werthe von α im verkehrten Verhältnisse der Quadrate der Entfernung der Axen der

Magnete von der Drehungsaxe vermehrt, so geben sie nach *Christie's* Ansicht die verhältnifsmäfsige Stärke des Magnetismus, welcher durch den Magnet in der Kupferscheibe entwickelt wird. Auf diese Weise erhält man für die

Entfernung der Axen	4.2	3.7	3.2	2.7	2.2	1.7
die Stärke des Magn.	680.5	1544.1	2639.6	3540.3	4048.8	3806.4

Die Ursache dieses Verfahrens liegt darin: Je weiter die Magnete von der Drehungsaxe entfernt werden, desto gröfsere Kreise beschreiben sie, desto gröfser wird ihre Geschwindigkeit, und darum mufs die Kraft a, mit der ein Magnet auf die Kupferscheibe wirkt, in dem Verhältnifs vergröfsert werden, als er mehr von der Axe der Rotation absteht, um die relative Gröfse der Kraft zu finden, mit der er auf die Kupferplatte wirken würde, wenn er sich blofs unter einer anderen Stelle derselben drehen würde, als er immer dieselbe Geschwindigkeit beibehielte. Überdiefs wirkt der Magnet noch mit einem um so längeren Hebelarme auf die Kupferplatte, und sucht sie zu drehen, je mehr er von der Drehungsaxe absteht, darum mufs obige Kraft a noch ein Mal im Verhältnifs dieser Entfernung, mithin im Ganzen im Verhältnifs des Quadrates dieser Entfernung vergröfsert werden.

Aus Obigem ersieht man, dafs die Intensität des in der Platte erregten Magnetismus am gröfsten ist, wenn die Axen der Magnete um 2.07 Z. von der Rotationsaxe abstehen. Weil die Scheibe einen Durchmesser von 8.4 Z. hatte, so entspricht diese Stelle nahe dem Puncte, der mitten zwischen dem Rande und dem Mittelpuncte derselben liegt. Es wäre nicht uninteressant zu wissen, ob dieser Punct mit dem zusammenfällt, bei welchem nach *Arago's* Versuchen der horizontal wirkende Theil der magnetischen Kraft der Kupferplatte nach zwei entge-

gengesetzten Richtungen ausgeht (B. II. S. 334 und 345 dieser Zeitschrift). Durch Interpoliren findet man die Gröfse der magnetischen Kraft an dieser Stelle gleich 4182. Vergleicht man damit die Gröfse dieser Kraft, wenn die Axen der Magnete sich unter dem Rande der Kupferscheibe drehen, die nur 680.5 beträgt, so kann man nicht umhin, den grofsen Einfluſs der Continuität der Masse auf die Stärke des entwickelten Magnetismus zu erkennen. Dieses veranlafste *Christie*, über diesen Einfluſs der Continuität der Masse eigene Versuche anzustellen; wiewohl dieser Einfluſs schon aus *Herschel's*, *Nobili's*, *Bacelli's*, *Sebeck's* und anderen Versuchen bekannt war. Da aber *Christie's* Versuche doch einige Eigenthümlichkeiten haben, so mögen sie mit ihren Resultaten hier auch Platz finden. *Christie* untersuchte zuerst die Wirkung der rotirenden Magnete auf eine massive Kupferplatte, dann machte er daran vier kreisförmige Einschnitte, so dafs die Scheibe gleichsam aus einem Ring und einer concentrischen kleineren Scheibe bestand, welche an vier um 90° von einander entfernten Stellen mit einander zusammen hingen, und untersuchte sie wieder; hierauf nahm er die in der Richtung eines Durchmessers liegenden Verbindungsarme weg, so dafs der Ring nur mehr an zwei Stellen mit der kleineren Scheibe zusammen hing, und endlich trennte er den Ring von der Scheibe gänzlich. Der Ring war 1 Z. breit, und der Werth von α betrug bei der ganzen Scheibe 1197.3, bei vier Einschnitten 733.6, bei zweien doppelt so grofsen 390.9, und bei der gänzlichen Trennung der Scheibe vom Ringe 373.8. Im letzten Falle konnte der Versuch mit jedem der beiden Stücke, in welche die Kupferscheibe zerfiel, besonders angestellt werden. Beim Ring war $\alpha = 268$, bei der kleineren Scheibe $\alpha = 120$, falls die Entfernung der Axen der

Magnete 3.7 Z. betrug, wie es beim vorhergehenden Versuche der Fall war; war diese Entfernung hingegen 3.2 Z., so gab der Ring allein $\alpha = 160.5$, die innere Scheibe allein $\alpha = 283.5$. Demnach ist für den ersten Stand der Magnete die Summe der Wirkungen beider Stücke, wenn jedes für sich untersucht wurde, etwas gröfser, als die Wirkung beider Stücke zugleich, im zweiten Falle sind diese Gröfsen einander gleich. Im Ganzen ist die Wirkung durch die Trennung der Scheibe in zwei selbstständige Theile in dem Verhältnisse 3.44 : 1 vermindert worden.

Alle diese Versuche wurden mit der ersten der oben genannten Kupferscheiben angestellt. Die zweite diente zu den folgenden Experimenten: Zuerst wurde die Wirkung der rotirenden Magnete, deren Axen von der Drehungsaxe 3.2 Z. abstanden, auf die ganze ungetrennte Scheibe untersucht, hierauf in den Entfernungen 0.7; 1.2; 1.7; 2.2 Z. vom Centrum derselben kreisförmige Einschnitte gemacht, wovon der erstere eine kleine Scheibe, die folgenden aber Ringe von der Kupfermasse absonderten, und für jeden dieser Fälle die Wirkung der Magnete eigens gesucht. Da zeigte sich

für die ungetrennte Scheibe . . . . $\alpha = 1516.7$,
bei einem Einschnitte nahe am Centrum $\alpha = 1421.8$,
bei zwei Einschnitten . . . . . $\alpha = 1333.0$,
» drei » . . . . . $\alpha = 1156.0$;
» vier » . . . . . $\alpha = 879.0$.

Ward gar für den letzten Fall noch überdiefs die mittlere Scheibe und die drei Ringe weggenommen, so erhielt man $\alpha = 884.0$.

Es scheint demnach auch die Stelle, wo die Continuität unterbrochen wird, einen Einfluſs auf die Verminderung der magnetischen Wirkung zu haben, und die Verminderung dieser Wirkung desto gröfser zu seyn,

je näher die Trennungsstelle dem Orte liegt, unter dem sich die Magnete bewegen. Wollte man eine Kupferplatte in eine grofse Anzahl concentrischer Ringe theilen, so würde die Wirkung der rotirenden Magnete auf sie kaum bemerklich werden. Da nach früheren Versuchen eine ähnliche Verminderung der Wirkung eintritt, wenn man die Continuität einer Scheibe nach der Richtung ihrer Halbmesser aufhebt, oder sie sternförmig ausscheidet, so ist es begreiflich, dafs die Wirkung eines Magnetes auf eine gepulverte Metallmasse kaum bemerklich gemacht werden konnte. Übrigens geht aus dem Ganzen hervor, dafs durch Wegnahme eines Theils der Masse die Wirkung mehr geschwächt wird, als im Verhältnisse zu dem weggenommenen Stücke.

Der zweite Theil der hier besprochenen Arbeit *Christie's* hat die Bestimmung des Gesetzes zum Gegenstande, nach welchem die Wirkung der rotirenden Magnete auf eine Kupferscheibe, oder umgekehrt die einer rotirenden Kupferscheibe auf einen Magnet abnimmt, wenn ihre gegenseitige Entfernung wächst. *Christie* stellt dieses Gesetz in der Formel

$$\alpha = \left(\frac{M}{(p+c)^2 + \varepsilon^2}\right)^2$$

dar, wo α die vorhin angegebene Bedeutung hat, p die Distanz der magnetischen Pole von der oberen Fläche der Magnete, M, c und ε aber constante Gröfsen sind, die durch Versuche bestimmt werden müssen. Es herrscht allerdings zwischen dieser Formel und den Ergebnissen der Versuche eine für derlei Fälle hinreichende Übereinstimmung; dessen ungeachtet wird der Leser sich kaum damit zufrieden stellen, weil obige Formel wohl immer errathen, nicht aber aus der Natur der Sache abgeleitet ist. Sie kann daher höchstens nur als ein Mittel, die Phänomene unter einen allgemeinen Gesichts-

punct zu bringen, nicht aber als Ausdruck des inneren Verlaufes der Erscheinungen angesehen werden.

B. Akustik.

1. *Wheatstone's* Versuche über das Gehör.

(Quarterly Journ. 1827. N. III. p. 67)

Savart's Versuche über die Functionen des Trommelfells und des äufseren Ohres (Zeitsch. B. I. S. 331) haben viel Licht über den Verlauf der Sache beim Hören verbreitet. Einen nicht uninteressanten Beitrag über denselben Gegenstand liefern die Versuche *Wheatstone's*, wovon das Wesentliche hier folgen soll. *Wheatstone* zeigt zuerst, dafs ein Schall, der von innen in den geschlossenen Gehörgang unmittelbar kommt, verstärkt erscheint. Hält man, sagt er, die Hand auf das Ohr, oder verstopft mit einem Finger den Gehörgang, ohne einen Druck darauf auszuüben, so vernimmt man den von aufsen erregten Schall schwächer, die eigene Stimme hört man aber stärker, besonders jene Laute, bei denen der Mund fast geschlossen ist. Stellt man den Stift einer Stimmgabel auf den Kopf, und schliefst wie vorhin die Ohren, so erscheint der Ton derselben auch intensiver. Bleibt ein Ohr offen, so bezieht man den Ton stets auf das geschlossene; werden aber beide geschlossen, so vernimmt man ihn mit dem Ohr stärker, an welchem die Stimmgabel näher steht. Dasselbe erfolgt, wenn man das äufsere Ohr mit Wasser füllt, statt es mit der Hand zu schliefsen.

Articulirte Laute, oder ein sehr starker Schall, erscheinen in solchen Fällen nicht blofs stärker, sondern auch mit einem Nebenschall. Dieser hört aber alsogleich auf, sobald man durch stärkeres Andrücken der Hand an das Ohr die Luft gegen das Trommelfell preſst, oder in

je näher die Trennungsstelle dem Orte liegt, unter dem sich die Magnete bewegen. Wollte man eine Kupferplatte in eine grofse Anzahl concentrischer Ringe theilen, so würde die Wirkung der rotirenden Magnete auf sie kaum bemerklich werden. Da nach früheren Versuchen eine ähnliche Verminderung der Wirkung eintritt, wenn man die Continuität einer Scheibe nach der Richtung ihrer Halbmesser aufhebt, oder sie sternförmig ausscheidet, so ist es begreiflich, dafs die Wirkung eines Magnetes auf eine gepulverte Metallmasse kaum bemerklich gemacht werden konnte. Übrigens geht aus dem Ganzen hervor, dafs durch Wegnahme eines Theils der Masse die Wirkung mehr geschwächt wird, als im Verhältnisse zu dem weggenommenen Stücke.

Der zweite Theil der hier besprochenen Arbeit *Christie's* hat die Bestimmung des Gesetzes zum Gegenstande, nach welchem die Wirkung der rotirenden Magnete auf eine Kupferscheibe, oder umgekehrt die einer rotirenden Kupferscheibe auf einen Magnet abnimmt, wenn ihre gegenseitige Entfernung wächst. *Christie* stellt dieses Gesetz in der Formel

$$\alpha = \left(\frac{M}{(p+c)^2 + \varepsilon^2}\right)^2$$

dar, wo α die vorhin angegebene Bedeutung hat, p die Distanz der magnetischen Pole von der oberen Fläche der Magnete, M, c und ε aber constante Gröfsen sind, die durch Versuche bestimmt werden müssen. Es herrscht allerdings zwischen dieser Formel und den Ergebnissen der Versuche eine für derlei Fälle hinreichende Übereinstimmung; dessen ungeachtet wird der Leser sich kaum damit zufrieden stellen, weil obige Formel wohl immer errathen, nicht aber aus der Natur der Sache abgeleitet ist. Sie kann daher höchstens nur als ein Mittel, die Phänomene unter einen allgemeinen Gesichts-

punct zu bringen, nicht aber als Ausdruck des inneren Verlaufes der Erscheinungen angesehen werden.

B. Akustik.

1. *Wheatstone's* Versuche über das Gehör.

(Quarterly Journ. 1827. N. III. p. 67)

Savart's Versuche über die Functionen des Trommelfells und des äufseren Ohres (Zeitsch. B. I. S. 331) haben viel Licht über den Verlauf der Sache beim Hören verbreitet. Einen nicht uninteressanten Beitrag über denselben Gegenstand liefern die Versuche *Wheatstone's*, wovon das Wesentliche hier folgen soll. *Wheatstone* zeigt zuerst, dafs ein Schall, der von innen in den geschlossenen Gehörgang unmittelbar kommt, verstärkt erscheint. Hält man, sagt er, die Hand auf das Ohr, oder verstopft mit einem Finger den Gehörgang, ohne einen Druck darauf auszuüben, so vernimmt man den von aufsen erregten Schall schwächer, die eigene Stimme hört man aber stärker, besonders jene Laute, bei denen der Mund fast geschlossen ist. Stellt man den Stift einer Stimmgabel auf den Kopf, und schliefst wie vorhin die Ohren, so erscheint der Ton derselben auch intensiver. Bleibt ein Ohr offen, so bezieht man den Ton stets auf das geschlossene; werden aber beide geschlossen, so vernimmt man ihn mit dem Ohr stärker, an welchem die Stimmgabel näher steht. Dasselbe erfolgt, wenn man das äufsere Ohr mit Wasser füllt, statt es mit der Hand zu schliefsen.

Articulirte Laute, oder ein sehr starker Schall, erscheinen in solchen Fällen nicht blofs stärker, sondern auch mit einem Nebenschall. Dieser hört aber alsogleich auf, sobald man durch stärkeres Andrücken der Hand an das Ohr die Luft gegen das Trommelfell preſst, oder in

der Eustachischen Röhre die Luft verdünnt. Den Nebenschall leitet *Wheatstone* von einer heftigen Agitation des Trommelfells, die Verstärkung des Schalles überhaupt davon her, dafs die Luft im Gehörgang und das Trommelfell in Schwingungen gerathen. Nach meiner Meinung wirkt hier die Luft so, wie die in unseren musikalischen Instrumenten im Resonanzkasten befindliche, und der Körper, welcher das Ohr schliefst, dient blofs als Mittel, die Oscillationen zu reflectiren; wenigstens erklärt es sich daraus, dafs diese Verstärkung des Schalles, nach *Wheatstone's* Angabe, unterbleibt, wenn man mit Wolle etc., also mit einem der Reflexion nicht günstigen Körper das Ohr verstopft.

Wheatstone schliefst aus dem Resultate der vorhergehenden Versuche, dafs man eine ähnliche Verstärkung in dem von aufsen erregten Schalle hervorbringen würde, wenn man die Schwingungen in den geschlossenen Gehörgang leiten könnte. Dieses macht aber ein fester Körper möglich, in dem sich der Schall ohne starke Schwächung weit fortpflanzen läfst. Er construirte sich zu diesem Zwecke ein Instrument, dem er den Namen *Mikrophon* ertheilt, weil es den schwächsten Schall hörbar macht. Fig. 5 stellt dieses Instrument vor. Es besteht aus zwei Metallscheiben, die grofs genug sind, um das äufsere Ohr zu schliefsen. Im Mittelpuncte jeder dieser Scheiben, und zwar an der äufseren Fläche derselben, ist ein Eisen- oder Messingdraht von 16 Z. Länge und $^1/_8$ Z. Dicke befestiget; beide Drähte sind am anderen Ende mit einander verbunden, so dafs das Ganze wie eine herzförmige Federzange aussieht. Beim Gebrauche kommt jede der zwei Scheiben auf ein Ohr, und wird daselbst entweder durch Federkraft, oder mittelst eigener Bänder festgehalten, und das Ende, wo beide Drähte vereiniget sind, wird dorthin gehalten, wo man einen

Schall zu vernehmen gedenkt. *Wheatstone* gibt mehrere Versuche an, welche sich mit diesem Instrumente anstellen lassen. Läutet man, sagt er, ein Glöckchen in einem Gefäfse voll Wasser, und hält die Spitze des Mikrophon in das Wasser in verschiedenen Entfernungen von der Glocke, so werden die Differenzen in der Stärke des Schalles recht wohl merklich. Hält man diese Spitze an die Seitenwand eines Gefäfses, worin eine Flüssigkeit siedet, oder taucht sie in die Flüssigkeit selbst, so vernimmt man die mannigfaltigen darin erregten Töne deutlich. Mittelst dieses Instrumentes kann man auch mit ziemlicher Sicherheit die Stellen an einem schallenden Körper auffinden, wo er die stärksten oder schwächsten Schwingungen macht. Setzt man den Stift einer Stimmgabel auf das Mikrophon, und stimmt zugleich einen musikalischen Ton an, so erkennt das ungeübteste Ohr, ob dieser mit dem der Stimmgabel consonirend ist, oder nicht.

Es ist bekannt, dafs man oft beim Angeben zweier höherer consonirender Töne, einen dritten Ton schwach mitklingen hört. Seine Schwingungszahl ist = 1, wenn die zwei höheren durch die einfachsten ganzen Zahlen ausgedrückt werden. Nimmt man zwei consonirende Stimmgabeln, läfst sie erklingen, und hält beide zugleich nahe zu demselben Ohr, so hört man sowohl die ihnen eigenthümlichen, als auch den dritten mitklingenden Ton; wird aber eine an das rechte, die andere an das linke Ohr gehalten, so vernimmt man die Haupttöne voller, aber der mitklingende ist nicht mehr wahrnehmbar.

Wenn man in der Eustachischen Röhre die Luft verdünnt, so vernimmt man keinen hohen Ton mehr; biegt man die Aurikel vorwärts, so werden alle hohen Töne stärker gehört, ohne in der Intensität der tieferen einen

Unterschied zu bemerken. Noch mehr ist dieses der Fall, wenn man die hohle Hand hinter die Ohren hält, und zur Vergrößerung der Höhlung den Obertheil der Aurikel herab biegt. *Wheatstone* hört mit seinem linken Ohre schon an und für sich seit einer Erkältung die Töne C^3 und C^4, wenn sie auf einem Fortepiano angeschlagen werden, viel stärker als die übrigen; hält er aber die Hand, wie vorhin gesagt wurde, so ist dieser Abstand noch viel merklicher; drückt er sie aber fest an das Ohr, oder schließt er die Eustachische Röhre, so hört er alle Töne gleich stark. Er schreibt diesen Fehler einer verminderten Spannung des Trommelfelles zu.

2. *Savart's* Untersuchungen über die transversalen Schwingungen der Körper.

(Annal. de Chim. et de Phys. Tom. 35, p. 187.)

Wenn ein Körper in einer Schallbewegung begriffen ist, so theilt er sich bekanntlich in mehrere oder wenigere Theile ab, deren jeder so schwingt, als wäre er ein für sich bestehendes Ganzes. Häufig finden zugleich mehrere Arten dieser Abtheilungen, gleichsam Unterabtheilungen Statt, und bewirken in uns die Empfindung mehrerer verschiedener Töne. Man kann demnach die Unterabtheilungen hören. In vielen Fällen nimmt man nur einen einzelnen Ton wahr, und doch finden solche Unterabtheilungen Statt, wahrscheinlich, weil die ihnen entsprechenden Töne zu schwach und zugleich zu hoch sind, als daß sie unser Gehörorgan afficiren könnten.

Savart zeigt nun in der hier zu erwähnenden Untersuchung, daß es für jede Hauptabtheilung eines schallenden Körpers eine gewisse Unterabtheilung gibt, die mit ihr in der innigsten Verbindung steht, und sich

unter allen übrigen am deutlichsten ausspricht. Er macht diese so wie die Hauptabtheilung mittelst Sand sichtbar, jedoch braucht er für die Unterabtheilung feineren Sand, gleichsam Staub, wie Hexenmehl, der sich etwas an den vibrirenden Körper anhängt, während er die Hauptabtheilung mit gewöhnlichem Sande sichtbar macht. Sollen demnach beide Arten der Bewegung zugleich hervortreten, so streut er auf den zu streichenden Körper ein Gemenge von feinem und gröberen Sande. Warum sich der gröbere Sand nur an den Hauptruhestellen anhäuft, und so die Klangfigur gibt, welche der Hauptabtheilung entspricht, ist ohnehin klar; warum aber der feine Staub sich an die secundären Ruhestellen anhäuft, kommt nach *Savart* daher, weil die kleinen Theile, aus denen er besteht, nicht so von einander unabhängig sind, wie beim groben Sande, sondern sowohl unter sich, als auch mit der Fläche, auf der sie liegen, zusammenhängen, und daher mit den Theilen der letzteren an die Stellen fortbewegt werden, die der Mitte eines Schwingungsbogens der Hauptabtheilung entsprechen, als derjenigen Stelle, die allein ihre horizontale Lage behält.

Savart führt nun seine obige Behauptung bei kreisrunden und rechtwinkeligen Platten durch, und wendet das in diesen Statt findende der Analogie nach auch auf Stäbe, Ringe und Membranen an. Zuerst handelt er von kreisrunden Platten. Die verschiedenen Abtheilungen dieser Scheiben lassen sich in mehrere Classen bringen, deren jede etwas Eigenthümliches hat, und besonders untersucht werden kann. Eine solche Classe machen jene Schwingungen aus, bei denen die Klangfigur blofs aus Durchmessern ohne Kreisbogen besteht, eine andere jene, denen concentrische Kreise ohne Durchmesser entsprechen, u. s. w.

Erzeugt man an einer solchen Platte eine Figur der zweiten Classe, während sie mit feinem Staube und gewöhnlichem Sande bedeckt ist, so häuft sich ersterer an kreisförmig gelegenen Stellen an, die zwischen den Kreisen liegen, welche letzterer bildet, und die Hauptruhestellen bezeichnen. So viele Hauptkreise auch entstanden seyn mögen, so findet doch immer im Mittelpuncte der Platte eine Anhäufung des feinen Sandes Statt. Besteht die Hauptfigur aus einem einzigen Kreise, so bildet die Nebenfigur (mit feinem Staube) einen näher am Rande gelegenen, und einen Punct im Centrum; hat erstere zwei Kreise, so besteht auch die letztere aus zweien, einem näher am Rande liegenden gröfseren, und einem zwischen den zwei Hauptkreisen befindlichen, und überdiefs dem Punct am Centrum. Im Allgemeinen erscheinen eben so viele Nebenkreise als Hauptkreise, und erstere liegen so, dafs man leicht glauben kann, es müssen auch dorthin, wo sich die Hauptkreise befinden, Nebenkreise fallen, die aber des gröberen Sandes wegen nicht zu bemerken sind. Davon überzeugte sich auch *Savart* wirklich.

Erzeugt man an einer solchen in der Mitte festgehaltenen Scheibe eine Klangfigur, die aus mehreren Durchmessern besteht, so bemerkt man, dafs sich der feinere Sand mitten zwischen zwei Durchmessern anhäuft, und zwar an den Stellen, wo bei einer Klangfigur, die aus eben so vielen Durchmessern und einem Kreise besteht, der letztere hinfällt. Je mehrere Durchmesser an der Klangfigur erscheinen, desto mehr haben die Anhäufungspuncte des feineren Sandes den Anschein von Überresten eines Kreises, dessen völliger Ausbildung die Hauptschwingung der Scheibe im Wege steht, indem sich der feine Sand nur an solchen Stellen anhäufen kann, die während der Schwingungen der Haupt-

parthien horizontal bleiben, das ist, in der Mitte der sogenannten Schwingungsbögen. Demnach gibt die secundäre Abtheilung einen Kreis als Klangfigur, wenn die Hauptabtheilung einen Stern gibt. *Savart* beweiset aber, dafs die Hauptfigur, nämlich der Stern, auch die Ruhestellen der Nebenabtheilung bezeichnet; denn wenn man auch die Platte mittelst dünner und langer Backen so befestiget, dafs sie dadurch nach der Länge eines ganzen Durchmessers festgehalten wird, so bildet sich doch dieselbe secundäre Klangfigur, wie in dem Falle, wo nur der Mittelpunct festgehalten wird, zum Beweise, dafs an die Stelle der Hauptfigur nicht die Schwingungsbögen der Nebenfigur fallen, wie es doch seyn müfste, wenn daselbst sich nicht auch zugleich die Ruhestellen der Unterabtheilung befänden. Es besteht daher die secundäre Klangfigur, in dem Falle, wo die Hauptfigur einen Stern vorstellt, aus einem eben so vielstrahligen Stern, und aus einem Kreise. Überhaupt besteht die Nebenfigur immer aus eben so vielen Durchmessern, wie die Hauptfigur, und wenn diese n Kreise enthält, so enthält jene $2n+1$; findet aber bei den Kreisen eine ähnliche Übereinanderlagerung Statt, wie bei den Durchmessern, und sieht man das Häufchen im Mittelpuncte als kleinen Kreis an, so besteht die Nebenfigur aus n Linien, wenn die Hauptfigur deren $2n+1$ hat. Es ist demnach die Nebenfigur stets diejenige, welche unter denen, die mit der Hauptfigur die meiste Ähnlichkeit haben. am einfachsten ist, und deren Theile die gröfsten Excursionen machen. Hierin glaubt *Savart* auch den Grund zu finden, warum unter allen möglichen Unterabtheilungen gerade eine bestimmte mit der Hauptabtheilung stets zugleich bemerkbar gemacht werden kann.

Um die hier besprochenen Erscheinungen hervorzubringen, empfiehlt *Savart* messingene Scheiben von

mehreren Decimetern im Durchmesser, und 2—3 Millim. Dicke, die sehr eben, gleichförmig dick und dicht seyn sollen; er räth an, sie vor dem Hämmern auszuglühen, und hierauf nur mit einem hölzernen Hammer zu behandeln. Um die Sternfiguren mit oder ohne Kreisen hervorzubringen, soll die Scheibe im Mittelpuncte in eine starke Zwinge zwischen zwei mit Leder überzogene Cylinder befestiget werden. Das weitere Verfahren, um Klangfiguren bestimmter Art hervorzubringen, enthält für Jene, die *Chladni's* Werke kennen, nichts Neues; nur zur Erzeugung der Klangfiguren mit mehreren concentrischen Kreisen wird ein neues Mittel angerathen, nämlich am Mittelpuncte der Scheibe ein 2—3 Millim. weites Loch anzubringen, ein Büschel Pferdehaare durchzuziehen, und mit diesem die Scheibe zu streichen, während sie in horizontaler Richtung an Stellen, wohin Ruhepuncte fallen, gehalten wird. Auf diesem Wege hat *Savart* bis neun Kreise an einer Scheibe herabgebracht.

An viereckigen, dreieckigen, halbkreisförmigen Platten etc. findet ein ähnliches Verhalten Statt, wie an runden; *Savart* betrachtet aber nur die ersteren insbesondere. Bringt man an einer quadratischen Platte die Klangfigur hervor, welche aus parallelen Linien besteht, so erscheint auch mittelst feinen Sandes eine Nebenfigur aus solchen Linien, deren zwei näher am Rande der Platte liegen, als die äufsersten Linien der Hauptfigur, die anderen aber zwischen je zwei Linien von dieser, so dafs die ganze Nebenfigur aus $2n + 1$ Linie besteht, wenn die Hauptfigur deren n hat. Besteht aber die Hauptfigur aus sich rechtwinkelig schneidenden Linien, wird das Phänomen etwas verwickelter, z. B. besteht die Hauptfigur aus zwei auf einander senkrechten Linien, welche die Seiten der Platte halbiren, so zeigt sich an vier Stel-

len, nicht weit von jeder Ecke, eine Anhäufung des feinen Sandes, und zwar an den Stellen, wo die Linien einer Hauptfigur sich schneiden, die man erzeugen kann, wenn man an einer solchen Stelle die Platte hält, und sie an einer anderen von einer Ecke um $^1/_4$ der ganzen Länge entfernten streicht, und die aus sechs Linien besteht, deren je drei einander parallel laufen, und sich rechtwinkelig schneiden. Hat die Hauptfigur $2n$ Linien, so besteht die Nebenfigur aus $4n+2$.

An rechtwinkeligen, länglichen Platten bemerkt man ähnliche Erscheinungen, wie an quadratischen; eben so auch an prismatischen dünnen geraden Stäben, und überhaupt an allen Körpern, die eben genug sind, um durch Sand die Klangfiguren darstellen zu können. Am leichtesten bemerkt man sie aber an Membranen, die durch Mittheilung in Schwingungen versetzt wurden. Es scheint demnach diese secundäre Abtheilung, welche stets die Hauptabtheilung begleitet, an allen transversal schwingenden Körpern eigen zu seyn. *Savart* vermuthet, dafs auch die schraubenförmigen Schwingungsknoten an cylindrischen, der Länge nach schwingenden Stäben einer solchen Unterabtheilung zugehören, die man nicht unmittelbar, sondern nur mittelst anderer Abtheilungen zu Stande bringen kann, und dafs überhaupt von solchen Unterabtheilungen der von der Höhe und Tiefe unabhängige Charakter eines Tones herrühre.

3. *Savart*, über das Fortrücken der Schwingungsknoten schallender Körper.

(Ebendaselbst, p. 257.)

Wer die *Chladni*'schen Klangfiguren an kreisförmigen Glasplatten mit einiger Aufmerksamkeit wiederholt hat, wird gewifs bemerkt haben, dafs der Sand, nachdem er die Stelle der Knotenlinien eingenommen hat,

noch eine kleine horizontale oscillirende Bewegung annimmt, sobald man mit dem Bogen zu streichen aufhört. *Savart* hat diesem Phänomene eine besondere Aufmerksamkeit gewidmet, und gezeigt, dafs man ein Fortschreiten der Knotenlinien hervorbringen könne. Das Mittel, ein solches Fortschreiten hervorzubringen, besteht darin, dafs man an der Platte einen Bogenstrich anbringt, den Bogen schnell zurückzieht, wieder einen Strich folgen läfst, den Bogen wieder zurückzieht, u. s. w. Je schneller man streicht, und je hurtiger man den Bogen zurückzieht, desto gröfsere Excursionen machen die Puncte an den Knotenlinien, so dafs man diese Schwingungen so weit steigern kann, dafs die Knotenlinien durch einen Strich um eine ganze schwingende Parthie weiter rücken. Wiederholt man das Streichen genau an derselben Stelle, sobald die Knotenlinie in Ruhe gekommen ist, so zwingt man sie wieder weiter zu rücken, und so kann man sie um einen ganzen Kreis herumführen.

Das Mittel, dieses Fortschreiten der Knotenlinien sichtbar zu machen, ist wieder Aufstreuen des Sandes. Für langsame Schwingungen reicht man mit gewöhnlichem Sande aus, wenn aber die Oscillationen sehr schnell erfolgen, mufs man feinen Staub nehmen, der sich etwas an die Platte anhängt, und eine secundäre Figur gibt, deren Schwingungsknoten an die Stelle der Schwingungsbogen der Hauptfigur fallen, und durch ihr Fortrücken auf das der Hauptknotenlinien schliefsen läfst. An einer kreisrunden Scheibe, die *Savart* insbesondere betrachtet, und an der man eine Klangfigur mit zwei Durchmessern zu erzeugen sucht, wird bei schnellen Wiederholungen der Bogenstriche das Fortrücken der Sandhäufchen, welche die Hauptschwingungsbogen bezeichnen, so schnell, dafs sie gar nicht in Ruhe kom-

men, sondern eine bewegte ringförmige Staubwolke bilden.

Ein anderes Mittel, dieses Fortrücken sichtbar zu machen, gibt die Reflexion des Sonnenlichtes ab. Läfst man auf eine glänzende, glatte, gehörig liegende Metallscheibe directe Sonnenstrahlen fallen, so sieht man darin ein elliptisches Sonnenbild, so lange sie nicht in Schwingungen versetzt ist; so wie sie aber zu schwingen anfängt, erscheint dieses Bild wie ein Stern, dessen Radien der Stelle der Knotenlinien entsprechen, und eine kreisförmige Bewegung annehmen, sobald man das oben erwähnte Verfahren anwendet.

Die Richtung dieser Bewegung der Knotenlinien ist bald rechts, bald links, ohne dafs man die Umstände kennt, von denen sie abhängt. Dieses Phänomen ist von der Anzahl der schwingenden Theile ganz unabhängig, läfst sich an grofsen und kleinen Platten gleich leicht hervorbringen, und fordert nur, dafs die schwingenden Theile ohne Änderung des Tones ihren Platz verlassen können, daher es nur an kreisrunden Scheiben und Membranen, an Ringen und Glocken zu Stande kommt. Es ist nicht blofs an die sternförmige Klangfigur gebunden, es kann der Stern auch von einem oder mehreren Kreisen durchschnitten seyn, nur trifft es sich da manchmal, dafs nur die Theile der geraden Knotenlinien weiter rücken, die aufser einem Kreise liegen, während die anderen ruhig verbleiben; haben aber auch diese eine fortschreitende Bewegung, so kommt ihr dieselbe Richtung zu, wie jenen.

Man bemerkt das Stattfinden dieses Fortschreitens der Schwingungsknoten an einer Variation in der Tonstärke.

C. Physikalische Chemie.

1. Über Entdeckung der Hydrocyansäure in damit vergifteten Leichnamen *).

(Annals of phil. 1827, N. 10.)

Die Herren *Lassaigne* und *Leuret* stellten mehrere Versuche über die Anwendung des schwefelsauren Eisen- und Kupferoxydes an, um die Gegenwart der Hydrocyansäure in dem Mageninhalte der Thiere zu entdecken, wenn sie durch eine Dosis von 2 bis 5 oder 6 Tropfen der reinen Säure vergiftet worden waren. Sie fanden, dafs diese Säure in Thieren, die durch geringe Gaben derselben vergiftet worden, nicht entdeckt werden könne, wenn ihr Körper vorher zwei oder drei Tage der Einwirkung der Atmosphäre ausgesetzt war, und dafs nach einer noch längeren Zeit das Verschwinden des Giftes seiner durch die Gegenwart der faulenden thierischen Materie nur noch mehr begünstigten Zersetzung beizumessen sey. Dem zu Folge ordnen sie an, dafs, wenn ein Körper auf die Gegenwart dieses Stoffes untersucht werden solle, er sobald als möglich überliefert werden müsse.

2. Methode, um kleine Mengen Opiums in Auflösungen zu entdecken. Vom Herrn Dr. *Hare*.

(Annals of phil. 1827, N. 9.)

Zu bekannt ist es durch Herrn *Serturner's* Entdeckungen, dafs das Opium, als eine eigenthümliche alkalinische Substanz, das Morphium enthalte, und dafs dieses an eine eigenthümliche Säure, die Meconsäure, gebunden sey, welche letztere eine auffallend rothe Farbe

*) Frei bearbeitet von *J. Planiawa*.

mit Eisenoxydauflösungen hervorbringt. Dessen ungeachtet hat man diese Eigenschaft nicht als ein Mittel zur Entdeckung des Opiums vorgeschlagen, wahrscheinlich defswegen, weil das meconsaure Eisenoxyd keinen Niederschlag bildet. Hr. Dr. *Hare* ersann aber ein Verfahren, wodurch eine Quantität Opium, die nicht den Gehalt von 10 Tropfen Opiumtinctur übersteigt, in einer Gallone Wassers entdeckt werden kann.

Herrn Dr. *Hare's* Verfahren ist auf die Eigenschaft der Meconsäure, vom Blei niedergeschlagen zu werden, gegründet. Setzt man daher einem Opiumaufgusse, der so wenig Opium, als oben angezeigt wurde, enthält, essigsaures Bleioxyd zu: so entsteht ein bedeutender Niederschlag von meconsaurem Bleioxyd. Weil die Opiumquantität gering ist, so erfordert die Präcipitation sechs bis zwölf Stunden, und kann durch leichtes Umrühren mit einem Glasstabe erleichtert werden. Ein konisches Gefäfs ist hierzu am besten, um die Flocken beim Herabsteigen zu concentriren. Auf das so am Boden des Gefäfses gesammelte meconsaure Bleioxyd bringe man mittelst einer Glasröhre etwa 30 Tropfen Schwefelsäure, und setze später dem Ganzen auf eben dieselbe Weise eben so viel schwefelsaure Eisendeutoxydlösung zu. Die Schwefelsäure scheidet die Meconsäure aus, und macht diese fähig, mit dem Eisenoxyd die eigenthümliche Farbe hervorzubringen, welche ihre Gegenwart, und dem zu Folge auch jene des Opiums beweiset.

3. Über ein neues brennbares Gas.

(Aus Ebendemselben.)

In der königl. Societät der Wissenschaften zu Edinbourg ist ein Aufsatz von Dr. *Thomson* über ein neues brennbares Gas vorgelesen worden. Es wurde aus dem empyreumatischen Holzgeiste (*pyroxylic spirit.*), der sich

bei der Destillation des Holzes bildet, und von den Herren *Turnbull* und *Ramsay* in Glasgow bereitet wird, dargestellt. Dieser Geist hat ein spec. Gew. von 0,812, riecht angenehm, und wird in Lampen anstatt des Alkohols gebraucht. Dr. *Thomson* fand, dafs das aus einer Mischung von Königswasser und dem empyreumatischen Holzgeiste entwickelte Gas aus

einem neuen brennbaren Gas .	29,0
Salpetergas	63,0
Stickstoffgas	8,0
	100,0

besteht, und ein spec. Gewicht von 1,945 besitzt, jenes der atmosph. Luft = 1,000 gesetzt. Er fand die specifische Schwere des neuen Gases = 4,1757, und die Zusammensetzung desselben war folgende:

1 stöch.	Antheil	Wasserstoff . .	= 0,125
1 »	»	Kohlenstoff . .	= 0,750
1,5 »	»	Chlorine . . .	= 6,750
1 stöch.	Antheil	desselben also .	= 7,625,

weshalb es Dr. *Thomson Sesquichloridum protohydroidi carbonei (Sesquichloride of carbo-hydrogen)* nennt.

4. Über das Althein, einen eigenthümlichen Stoff des Eibisches.

(Aus Ebendemselben.)

Hr. *Bacon*, Prof. der Chemie zu Caen, hat folgende Substanzen aus der *althea offic.* erhalten: Wasser, Gummi, Zucker, fettes Öhl, Amylon, Eiweifs, Pflanzenfaser, verschiedene Salze, und eine durchsichtige, nicht sauer reagirende, und in Oktaëdern krystallisirende Substanz, das äpfelsaure Althein. Das Althein erhält man auf folgende Art: Man behandle einen kalt bereiteten wässerigen Auszug der Eibischwurzel mit siedendem Alkohol, welcher das saure äpfelsaure Althein, das Öhl, den Zu-

cker u. s. w. auflöst. Alle geistigen Absude werden zusammen gegossen, und trüben sich nach dem Auskühlen; die klar gewordene Flüssigkeit wird dann von dem krystallinischen Bodensatze abgegossen, dieser dann mit Wasser behandelt, die erhaltene wässerige Lösung filtrirt, bei gelinder Hitze zur Syrups-Consistenz verdünstet, und zur Krystallisation hingestellt. Die erhaltenen Krystalle müssen mit etwas Wasser gewaschen, und auf Papier getrocknet werden. Sie erscheinen dem unbewaffneten Auge in Körnern, Nadeln, Federn und Sternchen, zeigen aber bei der Untersuchung mit dem Mikroskope die Hexaëdralform an. Sie sind von prächtiger smaragdgrüner Farbe, geruchlos, und an der Luft unveränderlich; sie röthen Lackmuspapier, und lösen sich im Wasser nicht, aber im Alkohol auf. Wird die wässerige Lösung derselben in der Kälte mit Magniumoxyd behandelt, und dann filtrirt, so stellt sie gerötheten Lackmus wieder her, färbt den Veilchensaft grün, und liefert nach gelinder Verdünstung das Althein im reinen Zustande, welches dann folgende Eigenschaften zeigt: Es krystallisirt in regelmäfsigen Hexagonen oder in rhomboëdrischen Octaëdern, grünet den Veilchensaft, wie wir schon gesehen haben, und stellt gerötheten Lackmus wieder her, ist durchsichtig, geruch- und beinahe geschmacklos, unveränderlich an der Luft, sehr im Wasser, aber gar nicht im Alkohol löslich, und löset sich in Essigsäure, mit der es ein krystallisirbares Salz bildet, auf.

5. Über die Identität des äpfelsauren Altheins mit dem Asparagin. Von *A. Plisson.*

(Annales de Chimie etc. Tome 36, p. 175.)

Bei der Darstellung des sauren äpfelsauren Altheins, nach Herrn *Baçon's* Vorschrift, fand Herr *Plisson*, dafs

die von dem Ersten als Eigenschaft erwähnte prächtige Smaragdfarbe demselben nicht eigenthümlich sey; denn er erhielt es in farbenlosen Krystallen.

Bei der Darstellung des Altheins befolgte er Hrn. *Bacon's* Verfahren, jedoch mit Anwendung von Wärme. Durch gelindes Verdünsten der Colatur erhielt er zwei verschiedene Substanzen, deren eine weifs, undurchsichtig und unkrystallisirbar war, während die andere grün, durchsichtig und in sechsseitigen Prismen krystallisirt erschien, und Hrn. *Bacon's* Althein war. Die unkrystallisirbare Substanz hat Hr. *Bacon* ganz übersehen, sie grünte den Veilchensaft, und schien eigenthümlicher Art zu seyn. Die grünen Krystalle verloren durchs Waschen mit kaltem Wasser die Eigenschaft, Veilchensaft zu grünen, und vermochten, freilich nur in der Wärme, Sonnenblumenpapier zu röthen. Durch Krystallisation befreite sie Hr. *Plisson* von ihrem Färbestoffe. Mit reinem Magniumoxyd behandelt, verwandelten sie sich in die oben angeführte weifse, unkrystallisirbare, eigenthümliche Materie, und waren demnach nichts anderes, als *Bacon's* äpfelsaures Salz, mit etwas von der eigenthümlichen Materie gemengt.

Das äpfelsaure Salz verbreitete, in einem Tiegel erhitzt, Ammoniak, welches, *Plisson's* Versuchen zu Folge, ein Product der Zersetzung gedachten Salzes war. Bei Behandlung desselben mit Bleioxydhydrat fand er ferner, dafs es keine Äpfelsäure enthält, sondern eine eigenthümliche, derselben in einigen Eigenschaften analoge Säure, die nicht in den Krystallen vorkomme, sondern vielmehr, bei Behandlung derselben mit Bleioxyd, aus ihren Elementen durch disponirende Verwandtschaft des Oxyds gebildet werde. Er erhielt diese Säure auf folgende Art:

1 Gemengtheil von Hrn. *Bacon's* Althein wurde in

der Wärme im Wasser mit so viel reinen Bleioxydhydrats, als 4 Gemengtheilen reinen Oxyds entsprach, so lange gekocht, bis alle Ammoniakentwickelung aufhörte, was man mittelst Essigsäure bestimmte. Die Masse wurde aufs Filtrum gebracht, der Niederschlag gut ausgewaschen, und dann einem Strome durch Barytwasser gut ausgewaschenen Hydrothionsäuregases ausgesetzt, worauf die von dem gebildeten Schwefelblei abgesonderte Flüssigkeit nach der Verdünstung eine Säure liefert, welche, durch dreimaliges Krystallisiren aus 20grädigem Alkohol, gereinigt, folgende Eigenschaften zeigt:

Sie krystallisirt in kleinen glänzenden Platten, besitzt wenig Geschmack, ist wenig im kalten Wasser, noch weniger im Alkohol löslich. Die wässerige Lösung derselben röthet Sonnenblumenpapier, trübt leicht eine reine Seifenlösung, zersetzt das Kaliumoxyd-Bicarbonat in der Kälte, das Carbonat aber selbst beim Erhitzen nicht. Ferner wirkt sie nicht auf essigsaures Bleioxyd, salpetersaures Silberoxyd, Chlorbarium, Chlorcalcium, Deutochlorquecksilber, schwefelsaures Magniumoxyd, schwefels. Kupferoxyd, schwefels. Manganprotoxyd, die Eisenprotoxyd- und Deutoxydsalze, und auf Emetine. In der Hitze bläht sie sich auf unter Verbreitung thierisch-empyreumatischen Geruches, verbindet sich mit Oxyden, und bildet mit Magniumoxyd ein sehr lösliches, unkrystallisirbares Salz, welches alkalisch reagirt, und alle Eigenschaften der durchsichtigen alkalinischen Substanz besitzt.

Bei Vergleichung der Eigenschaften der von Hrn. *Bacon* angezeigten Substanz im reinen Zustande mit jenen der anderen Bekannten, ergab sich, dafs sie mit dem Asparagin übereinstimme, in der Krystallgestalt sowohl als auch in anderen Eigenschaften. So z. B. krystallisirt das Asparagin eben so leicht, besitzt dieselbe

Löslichkeit, verhält sich eben so im Feuer, wirkt eben so auf Turnesol, und wird vom Magniumoxyd ebenfalls in eine alkalinische Substanz verwandelt.

Wiederholung.

1. Die prächtige Smaragdfarbe des äpfels. Altheins des Hrn. *Bacon* ist demselben nicht eigenthümlich.
2. Sein Althein ist sein äpfels. Salz, begleitet von einer eigenthümlichen alkalinischen, vom Hrn. *Plisson* für neu gehaltenen Materie.
3. Das saure äpfels. Althein ist kein Salz, sondern eine eigenthümliche stickstoffhältige Substanz, welche alle Eigenschaften des Asparagins besitzt.
4. Mit Bleioxyd behandelt, liefert diese Substanz Ammoniak und eine eigenthümliche, vom Hrn. *Plisson* Asparaginsäure genannte, Säure, als Producte.
5. Magniumoxyd bringt dieselbe Wirkung hervor, und das Product besitzt alle Eigenschaften der durchsichtigen alkalinischen Materie.
6. Tritt das Asparagin der Eibischwurzel unter verschiedenen Krystallformen auf.

Anmerkung. Auch die Wurzel des *Symphytum off.* enthält nach *Plisson* und *Blondeau* Asparagin, so dafs man nun seine Existenz in drei zu verschiedenen Familien gehörenden Pflanzen kennt.

6. *Labaraque's* geruch- und farbezerstörende Sodaflüssigkeit.

(Annals of phil. N. 11, Novemb. 1827.)

Mit einem Zusatz von *J. Planiawa.*

Hrn. *Labaraque's* Versuche über diese Flüssigkeit wurden vom Hrn. *Faraday* wiederholt, welcher fand, dafs die vom Ersteren zu deren Darstellung angegebenen Verhältnisse der Materialien richtig sind, und dafs

während der ganzen Operation, bei fortwährend Statt findender Absorption des Chlors von der kohlenstoffsäuerlichen Sodiumoxydlösung, keine Kohlenstoffsäure entweicht. Er fand ferner, dafs die erhaltene Flüssigkeit auch zur Trockne verdünstet werden könne, ohne dafs das hierdurch erhaltene Salz die farbenzerstörende Wirkung verliert.

Auch ich habe vor mehr als fünf Jahren bei Darstellung des oxychlorsauren Kaliumoxyds aus kohlenstoffsäuerlichem Kaliumoxyd, bei zufälliger Anwendung von weniger Chlorgas, als zur Bildung gedachten Salzes nöthig war, eine nur sehr unbedeutende Kohlenstoffsäuregasentwickelung wahrgenommen. Oxychlorsaures Kaliumoxyd fiel keines zu Boden, und nach dem Verdünsten lieferte die Flüssigkeit sehr kleine, wenn ich nicht irre, spiefsige Krystalle, welche selbst nach dem besten Auswaschen noch farbenzerstörend wirkten, den eigenthümlichen Geruch der Salzlauge besafsen, und mit brennbaren Substanzen verpufften. Die übrige Flüssigkeit, zur Trockne verdünstet, lieferte ein sehr farbenzerstörendes Salz. Ein mit einigen Lothen kohlenstoffsäuerlichen Kaliumoxyds angestellter Versuch überzeugte mich deutlich, dafs sich hierbei gar kein oxychlorsaures Kaliumoxyd bildet, und seitdem habe ich mich oft dieser Flüssigkeit, die ich immer absichtlich bereitete, zur Farbenzerstörung bedient, wobei ich fand, dafs bei Anwendung von Ätzkali die farbenzerstörende Wirkung des Productes noch stärker hervortritt. Ich betrachte diese Substanz als ein Doppeloxyd, bestehend aus Chloroxyd und Kaliumoxyd, welches neben Chlorkalium entsteht, welche Annahme um so wahrscheinlicher ist, als man weifs, dafs bei Berührung des Chlors mit im Wasser gelösten Alkalien nicht sogleich neben Chlormetallen oxychlorsaure Salze entstehen, sondern erst bei fer-

nerem Chlorzutritte, wo sich erst dann, das ist am Ende der Operation, dieses Salz, äufserst rasch an Menge zunehmend, bildet, und wodurch es sehr wahrscheinlich vorkommt, dafs sich in diesem Prozesse erst Chloroxydul-Kaliumoxyd und Chlorkalium, später aus dem ersteren Chloroxyd-Kaliumoxyd und wieder Chlorkalium, und endlich aus dem Chloroxyd-Kaliumoxyd erst oxychlorsaures Kaliumoxyd neben einer neuen Portion Chlorkaliums bildet, wenn man zum Versuche Kaliumoxyd genommen hat.

Verzeichniſs der gangbarsten optischen Apparate, welche von *G. S. Plöſsl*, privilegirtem Optiker in Wien, neue Wieden, Salvatorgasse N^ro^ 321, für beigesetzte Preise verfertiget werden.

(Die Preise sind in Conventions-Münze oder Augsb. Courant.)

	fl.	kr.
1. Augengläser, rund oder oval, convex oder concav, mit Fassung von feinem Stahl oder Büffelhorn	1	36
2. Derlei feinere	2	—
3. Derlei mit Fassung von gehämmertem feinen Silber	4	48
4. Derlei mit Fassung von Schildkröte, silbernen Spangen und Scharnieren	6	—
5. Derlei mit Fassung von Schildkröte, derlei Spangen und silbernen Scharnieren	6	30
1. Doppellorgnetten mit Fassung v. Büffelhorn	1	36
2. Derlei mit Fassung von Elfenbein und Silber, mit Springfedern	4	30
3. Derlei, die Glastheile zum Zusammenlegen	4	24
4. Derlei mit Fassung von Schildkröte und Silber, mit Springfedern	6	—
5. Derlei, die Glastheile zum Zusammenlegen	5	12
6. Derlei mit Fassung von Perlmutter und Silber, mit Springfedern	7	—
7. Derlei, die Glastheile zum Zusammenlegen	5	36
8. Einfache Lorgnetten, in Büffelhorn gefaſst	1	12
9. Derlei in Schildkröte	4	—
10. Derlei in Perlmutter mit Silber	4	36
11. Ringstecher in Büffelhorn	—	45
12. Derlei in Silber	2	—
13. Lesegläser, in Fischbein gefaſst	3 — 8	—

Die genannten Gegenstände werden auf besondere Bestellung auch mit Goldfassung ge-

	fl.	kr.
liefert, so wie periskopische und isochromatische Brillen.		
1. Theaterperspectiv mit lakirter oder silberplattirter Röhre, und silberplattirter Auszugröhre	4	— 8 —
2. Theaterperspectiv, achromatisch, mit elfenbeinerner Röhre, und silberplattirter Auszugröhre	5	— 12 —
3. Dergleichen mit elfenbeinerner Röhre, und goldplattirter Auszugröhre	6	— 16 —
4. Dergleichen mit elfenbeinerner Röhre und silberplattirter Auszugröhre, mit starker Vergrösserung (Feldstecher)	8	— 20 —
1. Auszugfernrohr von 14″ Länge, mit hölzerner polirter Röhre, 3 messingenen Auszugröhren, Objectiv von 9″ Brennweite und 1 ′ Öffnung, in Futteral von Maroquin .	18	—
2. Dergleichen von 18″ Länge, Objectiv von 13″ Brennweite und 13‴ Öffnung . . .	22	—
3. Dergleichen von 24″ Länge, Objectiv von 16″ Brennweite und 16‴ Öffnung . . .	28	—
4. Dergleichen von 30″ Länge, Objectiv von 20″ Brennweite und 20‴ Öffnung . .	37	—
Alle vorhergenannten Auszugfernröhre werden, auf besondere Bestellung, mit silberplattirten Auszugröhren um dieselben Preise geliefert.		
5. Stockfernrohr, ganz von Metall und lakirt, das Fernrohr selbst von 20″ Länge . .	18	—
6. Astronomische Aufsätze zu diesen Fernröhren, zum Auswechseln gegen die letzte Auszugröhre, nach Verschiedenheit der Gröfse	3	— 5 —
7. Einschraubringe, um diese Fernröhre an Bäume, Pfosten, Fensterstöcke zu befestigen	3	— 5 —
8. Sonnengläser, vor das Ocular anzuschrauben	1	—

	fl.	kr.
9. Glasmikrometer, mit Fassung, in die Oculare einzuschieben, mit Theilung der Wien. Linie in 10 — 20 Theile	4	—
1. Fernrohr mit Stativ, aus messingener Säule mit Dreifuſs zum Zusammenlegen; mit horizontaler und verticaler Bewegung, auf einer Nuſs; messingenem Tubus von 30″ Länge; Objectiv von 20″ Brennweite und 20‴ Öffnung; einem irdischen Ocular von 28maliger, 2 astronomischen Ocularen von 40 — 60maliger Vergröſserung, und einem Sonnenglase; in polirtem hölzernen Kasten mit Schloſs	90	—
2. Derlei mit Tubus von 34″ Länge; Objectiv von 25″ Brennweite und 24‴ Öffnung; einem irdischen Ocular von 35maliger, 2 astronomischen Ocularen von 50—80maliger Vergröſserung, und einem Sonnenglase; in polirtem Kasten mit Schloſs . .	120	—
3. Derlei mit Tubus von 40″ Länge; Objectiv von 30″ Brennweite und 27‴ Öffnung; einem irdischen Oculare von 42maliger, und 3 astronomischen v. 50- 75- u. 100maliger Vergröſserung, nebst Sonnenglas; in polirtem Kasten mit Schloſs	155	—
4. Derlei mit Tubus von 54″ Länge, mit verticaler und horizontaler sanften Bewegung, durch Triebwerk; Objectiv von 44″ Brennweite und 34‴ Öffnung; 2 irdischen Ocularen von 48- und 70maliger, 4 astronomischen von 50- 80- 110- und 150maliger Vergröſserung, und 2 Sonnengläsern; in polirtem Kasten mit Schloſs	300	—
Fernröhre von gröſseren Dimensionen, mit Pyramidalstativen, mit parallactischer Bewegung und anderer Einrichtung, so wie Mikrometer aller Art zu denselben, werden auf besondere Verabredung verfertiget.		

	fl.	kr.
1. Loupe nach *Wilson*, mit einer Linse, in messingener Fassung	1	24
2. Derlei mit 2 Linsen und Deckeln . . .	2	48
3. Einfache Loupe, in Büffelhorn gefafst .	1	12
4. Derlei doppelte	2	—
5. Derlei dreifache	3	—
6. Loupe, in Büffelhorn gefafst, mit gläsernem *Lieberkühn*'schen Spiegel	2	—
7. Botanisches Handmikroskop mit *Lieberkühn*'schem Spiegel, Objectnadel mit Pincette, Messerchen und Nadel mit elfenbeinernen Heften und Pincette	7	—
8. Derlei mit 2 Linsen	9	—
9. Mikroskop, um die Feinheit der Schafwolle zu messen, nach *Voigtländer*, in messingenem Futteral	60	—
10. Vorrichtung, um die Dehnbarkeit der Schafwolle zu bestimmen, nach *Voigtländer*, in Futteral	20	—
11. Leinwandmesser mit Scala, im Maroquinfutteral	1	36
12. Derlei mit eingetheilter Scala	2	—
13. Derlei mit Deckeln	4	—

1. Grofses zusammengesetztes Mikroskop, dessen Körper durch Triebwerk gegen den feststehenden Objecttisch bewegt wird, auf messingenem, zusammen zu legenden Dreifufse; mit 2 Ocularen aus einfacher Linse und Collectivglas bestehend, zum Anschrauben, und 6 achromatischen Linsen, einzeln anzuschrauben. Der Objecttisch mit vorne offener Federklammer für Objectträger und Glastafeln aller Art, mit Drücker zum Öffnen von unten, und 2 diagonal stehenden Stellschrauben zur Führung des Objectes durch alle Puncte des Sehefeldes. Einem gläsernen concaven Reflexionsspiegel mit doppelter Bewegung zur transparenten Be-

	fl.	kr.
leuchtung, und einer Beleuchtungslinse mit derlei Bewegung für opake Gegenstände. Einem concaven Glase in messingener Fassung zum Drehen für Flüssigkeiten; einem Insectenglase in messingener Fassung, dann eine Objectnadel mit Pincette zum Aufstecken. Dazu noch: Eine messingene *Wilson*'sche Loupe; eine messingene Pincette; 6 Objectschieber mit geschliffenen Gläsern und allerlei Probeobjecten; 2 auf Glas getheilte Mikrometer, mit Theilungen der Wiener Duodecimal-Linie in 30 und in 60 Theile, in elfenbeinerner Capsel. Alles in einem hölzernen polirten Kasten, 18″ lang, 9″ breit, 4″ hoch, mit Sammet gefüttert, und mit Schlofs versehen. Die 12 Vergröfserungen gehen von 225 Mal des Flächenraumes bis zu 57600, und das Sehefeld ist bei der geringsten Vergröfserung 3,75‴ im Durchmesser, bei der stärksten 0,4‴ Duodecimal-Mafs. Zusammen um .	160	—
Ein solches Mikroskop mit der Vorrichtung zum Messen der Objecte bis auf 0,00001 Wien. Zoll linear (nach *Fraunhofer*) . . .	250	—
Nach Belieben werden, ohne Erhöhung des Preises, die Oculare zum Aufstecken, und die Objective, statt einzeln anzuschrauben, auf einer Drehscheibe mit Deckel befestiget geliefert.		
Statt der Beleuchtungslinse ein sphärisches Beleuchtungsprisma (nach *Chevalier*), kostet um 10 fl. mehr.		
Noch ein Objectiv mit Vergröfserung bis gegen 90000 der Fläche, wozu diese Mikroskope Lichtstärke genug besitzen . . .	10	—
Ein Glasmikrometer mit Theilung des Wiener Zolles in 1000 Theile, linear (sogenannte Leiter)	4	—
Ein dergleichen mit Theilung des Zolles in 2000 Theile linear	6	—
Eine Mikrometertheilung auf Elfenbein, die Linie in 20 Theile	3	—

	fl.	kr.
Auf besondere Bestellung werden diese Mikrometer auch nach Theilen der Pariser- oder Londoner Linie, oder des Millimeters geliefert.		
2. Zusammengesetztes Mikroskop, dessen Körper sich auf dem Stative horizontal bewegen läfst, auf messingenem Dreifufse zum Zusammenlegen. Einem durch Triebwerk gegen den Körper zu bewegenden Objecttische, mit vorne offener Federklammer, mit Drücker von unten. Zwei Ocularen zum Aufstecken, und vier achromatischen Linsen auf einer Drehscheibe mit Deckel. Einem gläsernen, concaven, beweglichen Reflexionsspiegel für durchsichtige Objecte, und Beleuchtungslinse für opake. Einem planen und concaven Objectglase, mit dazu gehörigem beweglichen messingenen Ringe. Einem Insectenglase und einer Objectnadel mit Pincette. Einer messingenen *Wilson*'schen Loupe. Zwei auf Glas getheilte Mikrometer, mit Theilung der Wien. Duodecimal-Linie in 30 Theile linear und Quadrat, in elfenbeinerner Capsel, und mit messingenem Ringe zum Drehen dazu. 6 Objectenschieber mit mehreren Probeobjecten. Die acht verschiedenen Vergröfserungen geben die Flächen von 400 bis 22,500 Mal, mit Durchmessern des Sehefeldes von 3‴ bis 0,55‴. Alles in einem polirten hölzernen Kästchen mit Sammet gefüttert, und mit Schlofs, 9″ lang, 6″ breit, 3″ hoch .	85	—
Nach Belieben kann man auch um denselben Preis den Objecttisch feststehend, und das Triebwerk an den Körper des Mikroskopes angebracht erhalten.		
3. Derlei, dessen Körper sich durch Triebwerk gegen den mit vorne offener Federklammer versehenen Objecttisch bewegen läfst, auf hölzernem, polirtem Sokel. Einem Ocular und drei achromatischen Linsen, einzeln		

	fl.	kr.
anzuschrauben. Einem gläsernen, concaven, beweglichen Reflexionsspiegel, und derlei Beleuchtungslinse. Einem planen und concaven Objectglase. Eine Objectnadel mit Pincette. Eine in Horn gefafste Loupe. Eine Pincette. Drei Objectschieber mit Objecten. Die drei Vergröfserungen geben die Flächen von 400 bis 6400 Mal. In einem polirten hölzernen Kästchen, 9″ lang, $5^1/_2$″ breit, $5^1/_2$″ hoch	56	—
4. Katadioptrisches Mikroskop, horizontal stehend (nach *Amici*), auf messingenem Dreifufs zum Zusammenlegen, mit metallenem Vergröfserungsspiegel, 15 Linien im Durchmesser, und vier Ocularen zum Anschrauben; einem Objecttische mit vorne offener Federklammer, mit Drücker von unten, durch Triebwerk zu bewegen; einem concaven gläsernen Reflexionsspiegel für durchsichtige, und Beleuchtungslinse für opake Körper; einem planen und concaven Objectglase, mit dazu gehörigem beweglichen messingenen Ringe; einem Insectenglase und Objectnadel mit Pincette; einer Loupe; einer Pincette; zwei Mikrometer mit Theilung auf Glas der Wien. Duodecimal-Linie in 30 Theile, in elfenbeinerner Capsel, mit messingenem Ringe zum Drehen dazu; 6 Objectschieber mit geschliffenen Gläsern u. verschiedenen Probeobjecten. Die vier Vergröfserungen geben die Flächen von 30 bis 150 Mal, auf einem Sehefelde von 2‴ bis 0,7‴. Alles in einem hölzernen polirten Kasten mit Sammet gefüttert, und mit Schlofs, 17″ lang, 9″ breit, 3″ hoch	85	—
5. Sonnenmikroskop mit vollständigem Apparate, mit 4 achromatischen Linsen, in polirtem hölzernen Kasten mit Schlofs . .	100	—
6. Apparat zum Electrisiren unter dem Mikroskope, in Futteral	5	—

	fl.	kr.
7. Sammlung von 48 Quer- und Längendurchschnitten von Pflanzenstämmen und Stängeln, mit systematischer Benennung, zum Gebrauche bei dem Unterrichte über den inneren Bau der Pflanzen, in 12 Objectschiebern von Buchsbaumholz, und Futteral von Maroquin	12	—
8. Dieselben in Objectschiebern von Ebenholz	15	—
1. *Camera lucida* mit Prisma nach *Wollaston*, mit Stativ, in Futteral von Maroquin . .	11	—
2. Derlei ohne Prisma, mit metallenem Planspiegel, wo der Zeichnungsstift besser zu sehen ist, mit Stativ, in Futteral von Maroquin	15	—
3. *Sömmering*'scher Spiegelchen-Apparat, mit Ring und Stellschraube, für Mikroskope und Fernröhre, in Futteral von Maroquin	6	—
4. Derlei mit beigefügtem Stativ, um mit freiem Auge zu zeichnen, in Futteral von Maroquin.	11	—

Alle zum Unterrichte in der Optik erforderlichen Apparate, worunter die neuesten zur Darstellung der Polarisation und Beugung des Lichtes begriffen sind, werden auf besondere Bestellung und Verabredung geliefert.

ZEITSCHRIFT

FÜR

PHYSIK UND MATHEMATIK.

I.

Versuche über die Stärke und Elasticität des Eisens und Stahles, mit Rücksicht auf die Verwendung dieser Materialien zu Ketten und Balken;

von

Ign. Edlem von *Mitis.*

Vor einigen Monaten habe ich in dieser Zeitschrift über die Versuche, die ich zur Untersuchung der absoluten Festigkeit verschiedener Gattungen Stahles, mit Barren von kleinerem Querschnitte gemacht hatte, das lesende Publikum benachrichtiget, und da der Gegenstand an sich schon von grofser Wichtigkeit ist, so glaube ich, dürfte die Mittheilung der Fortsetzung und Erweiterung dieser Versuche den Lesern dieser Zeitschrift nicht unangenehm seyn, und wenigstens den Nutzen herbeiführen, dafs Männer von tieferen Einsichten und geprüfter Erfahrung, als ich bin, aufgeregt werden können, meine Mittheilungen zu würdigen, das allenfalls Unrichtige derselben aufzudecken, und somit die in jeder Beziehung höchst wichtige wahre Beschaffenheit der Sache mit unbezweifelter Richtigkeit an Tag zu fördern.

Ich habe meinem früheren Aufsatze eine Zeichnung der kleinen Hebelmaschine beigefügt, mittelst welcher ich meine Versuche mit Stangen von ein bis zwei Linien

Durchschnitt vorgenommen hatte, um dadurch den beurtheilenden Leser in den Stand zu setzen, sich einen richtigen Begriff von dem Versuchsverfahren zu machen, und daraus auf die mehr oder minder grofse Genauigkeit der Resultate zu schliefsen. Angenommen, dafs dem Verfahren und dem Baue der Hebelmaschine nichts auszusetzen sey, so bleibet doch noch immer der sehr kleine Querschnitt, welchen die untersuchten Stangen haben mufsten, damit sie der Kraft der Maschine angemessen waren, ein Gegenstand des billigen Zweifels über das Verhalten von Stangen mit einem beträchtlich gröfseren Querschnitte, welche in der practischen Verwendung weit öfter, als solche unbedeutende Mafse vorkommen.

Aus diesem Grunde nun, da ich hierzu eine vollkommen ähnlich gebaute grofse Hebelmaschine (ein Eigenthum der Wiener Kettenbrückenbau-Gesellschaft) benützen konnte, habe ich auch mit beträchtlich starken Eisen- und Stahlstangen einige Versuche über die absolute Festigkeit wiederholt, und glaube es sehr zweckmäfsig, auch diese Resultate bekannt zu machen.

Ich erhielt von der k. k. Hauptgewerkschaft in Eisenerz in Steiermark verschiedene, mit grofser Sorgfalt und Genauigkeit ausgeschmiedete Eisen- und Stahlstangen, die ich in Untersuchung nahm, und will das Resultat als eine Fortsetzung der Tabelle, die in dem mehrerwähnten früheren Aufsatze enthalten ist, geben.

Zahl des Versuches.	Benennung der Stangengattung.	Höhe des Prisma des Durchschnittes.	Breite.	Durchschnittsfläche.	Specifisches Gewicht.	Aufgelegtes Gewicht, welches den Bruch bewirkte.	Für einen □″ Querschnittsfläche berechnet.
1.	Eine Stange von zwei Mal gegärbtem Eisen	1″	0″,5	0,5□″	7,58	25140 Pf.	50280 Pf.
2.	Damascirter und ein Mal raffinirter Stahl	1″	0″,5	0,5□″	7,8	41500 »	83000 »
3.	Damascirter und zwei Mal raffinirter Stahl	1″	0″,5	0,5□″	7,8	52720 »	105440 »
4.	Tannenbaum- oder Scharschachstahl	1″	0″,5	0,5□″	7,75	59880 »	119760 »

6 Zur Erläuterung dieser Versuchsergebnisse mufs ich einiges bei jedem derselben hier anfü-
* gen. Das probirte Eisen zeigt hier eine gröfsere Widerstandskraft, als ich in meinem vorigen Aufsatze aus früheren, mit eben der Maschine gemachten Versuchen angegeben habe, wo ich sagte, dafs ich die absolute Festigkeit nicht gröfser als 400 Centner auf den Quadratzoll Querschnitt gefunden habe; allein dieser Irrthum rührte von einer erst später entdeckten Unvollkom-

menheit der Maschine her, die darin bestand, dafs ich genöthiget war, bei jeder theilweisen Vermehrung der aufgelegten Belastung die Stange vorher ganz zu entlasten, und sofort das alte schon sehr beträchtliche Gewicht mit der neuen Vermehrung, die hinzugegeben ward, bis der Bruch folgte, wieder auf ein Mal aufzulegen. Dieses Verfahren mufste nothwendig die Kraft des Zusammenhanges früher erschöpfen, als wenn die schon einmal belastete und gedehnte Stange fortwährend mit neuen Lasten beleget wurde. Ein Draht oder eine dünne Eisenstange, wenn ich sie auch noch so mäfsig, aber doch schon über ihr natürliches Elasticitätsvermögen hin und her beuge, wird brechen, wenn ich auch bei weitem nicht die Kraft in vollem Mafse darauf wirken lasse, die ihre Zerstörung oder ihr Abreissen herbei zu führen im Stande ist, und mit Unrecht würde man diesen geringen Kraftaufwand zum Mafse ihres Widerstandvermögens bestimmen. Den gleichen Fall führte das so oft nöthige Belasten und Entlasten der Stangen, bei dem ich sie sonst untersuchte, herbei. Diesem Fehler habe ich mich bemüht abzuhelfen, aber es würde zu weit führen, wenn ich umständlich die Art, wie ich dabei zu Werke gegangen, beschreiben wollte, und es mag genügen, zu wissen, dafs nun die Hinzufügung der neuen Gewichte mit weniger Unterbrechung des schon wirkenden Zuges geschehen kann, und geschieht. Für gutes steirisches Eisen, und das war die untersuchte Stange in jeder Beziehung, was schon der Ort der Erzeugung verbürgt, ist auch die Cohäsionskraft von beiläufig 500 Centner durchaus nicht zu viel, was aus dem weiteren Verfolge dieser Mittheilung zu entnehmen ist.

Die zweite Stange, nämlich die damascirte und ein Mal raffinirte Stahlstange, zeigte eine Cohäsionskraft

von 830 Centner. Für Eisen zu viel, und für Stahl zu wenig. Ich mufs gestehen, dafs ich die Composition eines unter diesem Namen bei der k. k. Hauptgewerkschaft vorkommenden Materials nicht kenne, doch zeigte der Bruch, besonders die ziemlich merkbare conische Zusammenziehung der Bruchränder, dafs dieser sogenannte Stahl noch gröfsten Theils die Natur des Eisens hatte, und ich vermuthe, dafs selber aus Eisen und Stahl gemengt und zusammengegärbet ward, was oft zu geschehen pflegt, wenn man auf solchen Stahlarbeiten durch saure Beizen an der äufseren Fläche die Damast- oder Fladerform und Zeichnung erscheinen machen will. Eben so wenig kenne ich, was für eine Manipulation bei dem Raffiniren des Stahles Statt findet, um daraus auf die gröfsere Festigkeit der dritten Stange zu schliefsen, die doch schon 1050 Centner Last bis zum Bruche trug; aber so viel ist erweislich und gewifs, dafs wenigstens Eisen, je öfter es im Feuer überarbeitet und gefrischet wird, um so besser und consistenter ist, ja dafs das beste Eisen in der Regel jenes ist, was aus alten, und am besten sehr kleinen Stücken eingerennet und frisch ausgestrecket wird.

Endlich die vierte untersuchte Stange war eigentlicher, natürlicher gemeiner Stahl, welchen die trefflichen Spateisensteine des Erzberges bei Eisenerz bei gehörigem Schmelzprozefs und Kohlensatz des Hochofens zum Theil schon in den Flossen geben. Dieses treffliche Naturproduct der österreichischen Monarchie hat auch in diesem gröfseren Versuche, so wie in dem früheren kleineren seine Kraft bewährt, indem es fast 1200 Centner bis zum Bruche trug. Viele noch sonst häufig gemachte Versuche, die ich aber nicht stets so genau zu protocolliren für nöthig fand, haben für den

gemeinen Stahl stets eben so günstige Resultate gegeben.

Ohne allen Zweifel ist die Kenntnifs der absoluten Festigkeit dieser Eisen- und Stahlstangen von grofser Wichtigkeit und Nutzen; allein da die Verwendung dieser Kräfte in vollem Mafse, wie von selbst einleuchtet, allezeit mit der Zerstörung, das heifst mit dem Bruche verbunden wäre, so gehöret, wie mir scheint, jeder Versuch darüber nur der Theorie an, und zwar um so mehr, da aus den Ergebnissen durchaus nicht auf einen proportionirten Theil der Widerstandsfähigkeit geschlossen werden kann, von welchem man mit der Beruhigung in der Ausübung Gebrauch zu machen im Stande ist, dafs dessen fortgesetzte Anwendung die natürliche Kraft der Stange nicht sogleich oder in der Länge der Zeit angreife und erschöpfe, und dafs also einerseits die Benützung zum Nachtheil der Standhaftigkeit des Eisens zu grofs, daher Gefahr damit früher oder später verbunden wäre, andererseits aber, dafs man auch nicht durch die Bestimmung eines zu geringen aliquoten Theils dieses Widerstandsvermögens, besonders bei Verwendungen, wie die Kettenbrücken zum Beispiel, sich unnöthig zu sehr in seinem Anspruche beschränkt, und dadurch Mafse und Kosten verschwendet, die dem Unternehmer in allen Beziehungen zur Last fallen, ohne irgend einen gröfseren Nutzen zu schaffen, als die grofse Beruhigung, dafs eine so derbe Construction für Patagonier eben so als für Menschen unseres Schlages Sicherheit geben wird.

Auf das wahre Mafs der benützbaren Kräfte führen uns ganz andere Betrachtungen, und die Kenntnifs der eben so wie die absolute Festigkeit unwandelbaren Eigenschaften dieser Metallsubstanzen, nämlich der Gränzen ihrer natürlichen Elasticität.

Indem ich dieses Wort niederschreibe, dränget sich mir unwillkürlich die Erinnerung auf, wie oft ich, bei der Mittheilung dieser Idee, selbst von wissenschaftlich gebildeten Männern mifsverstanden worden bin, wenn die Rede von Elasticität war, indem man darunter jenes Vermögen einiger Körper verstand, eine ihnen künstlich gegebene Form, zum Beispiel die schneckenförmige der Uhrfeder, die spiralförmige der Drahtfeder, gegen den Zug oder Druck zu behaupten; diese Elasticität, wenden sie dann ein, ist in ihren Kraftäufserungen durchaus nicht so gleichförmig, und noch weniger beständig, als dafs man irgend einen Angriff darauf mit stets gleicher Sicherheitsgewährung für die Länge der Zeit berechnen könnte, und somit ist sie als Mafs der Verwendung, wenigstens mit der Zeit, verwerflich und höchst gefährlich.

Weit entfernt, das Gegentheil beweisen zu wollen, da ich mich dadurch aussetzen würde, am Ende durch einen abgetragenen Hosenträger widerlegt zu werden, mufs ich nur erinnern, dafs von dieser Elasticität, die ich zum Unterschiede die künstliche nennen will, durchaus keine Rede sey, und dafs man unter Elasticität, in dem Sinne, wie selbe hier zu nehmen ist, jene physische, den Charakter, ja sogar die natürliche Form der Körper bestimmende Eigenschaft oder Kraft zu verstehen hat, sich in ihrer natürlichen Umgränzung, d. i. Ausdehnung oder cubischen Gröfse zu erhalten, und vielmehr, wenn durch irgend eine andere entgegenwirkende Kraft die eigenthümliche Ausdehnung vermehrt oder vermindert werden will, nach Beseitigung dieser Gegenwirkung in ihre vorige Lage und natürliche Begränzung zurückzutreten. Dafs diese Eigenschaft der Elasticität jedem Körper, der irgend einen Ton von sich gibt,

oder auch den hervorgebrachten fortzuleiten im Stande ist, eigen seyn müsse, wird dem, der mit den Gesetzen der Physik bekannt ist, von selbst klar seyn, so wie, dafs man aus der Höhe oder Tiefe des Tones zum Theil auf den Grad der Elasticität schliefsen könne.

Dieser zum Gegenstand der Abhandlung freilich nicht wesentlich gehörende Satz mag im Vorübergehen nur darum gesagt seyn, dafs man daraus entnehmen möge, dafs ein Körper, der keinen Ton, oder die Fortpflanzungsfähigkeit desselben hat, wohl schwerlich in der Natur denkbar sey, also auch kein Körper bestehe, der nicht die Elasticität in irgend einem Grade besitzet. Die scharfsinnigen Erklärungen, wodurch in der Zusammensetzung der ursprünglichen Theile eines Körpers die Elasticität hervorgebracht wird, führen zu weit in die Theorie, und können kein Gegenstand dieser kleinen Abhandlung seyn.

Modificirt, das heifst erhöhet oder vermindert, kann die Elasticität bei allen Körpern durch die Natur, bei einigen auch durch den Gebrauch werden; und darauf beruhet die Frage für den gegebenen Fall, die darin bestehet: Welche Kraft darf man der natürlichen Elasticität entgegen wirken lassen, ohne dafs sie weder augenblicklich noch in der Zukunft eine Änderung erleidet?

Die Versuche und Ergebnisse über die absolute Festigkeit haben uns an die äufsere Gränze der Gewalt geführet, wo wir aus einem ganzen Körper zwei gemacht, und noch obendrein seine Natur so verändert haben, dafs wir mit leichterer Mühe und geringerem Kraft- oder Gewichtaufwand aus diesen Theilen noch mehrere machen können; denn nicht nur der Bruch, sondern auch die theilweise Zerstörung des Zusammenhanges und der

Elasticität, die Veränderung des Gefüges, der Einheit der Theile der beiden Stücke der abgerissenen Stahl- und Eisenstangen, war eine Folge der auf selbe wirkenden Lasten, und es ist sehr wesentlich, zu bemerken, dafs diese Veränderung des Gefüges weit dem eigentlichen Bruch vorausgehet, und man würde sich sehr irren, wenn man z. B. von vier Eisenstangen, die bestimmt sind gemeinschaftlich eine bestimmte Last zu tragen, nnd wovon jede mit einem vierten Theil in Anspruch genommen wird, fordern oder erwarten würde, dafs, wenn nur eine darunter ist, die sich bei irgend einer, vorher einzeln auf jede Statt gehabten Wirkung einer Last, um einen auch noch so kleinen Theil ihrer Länge oder sonstigen Ausdehnung geändert haben würde, und dadurch das gleiche Mafs mit den übrigen erhalten hätte, nun mit dem gleichen Mafse in der Vereinigung aller vier widerstehe. Eine Meinung, die Viele zu haben scheinen, und die bei gewissen Umständen sehr bedenkliche Folgen haben kann, und bei Körpern, die einen minderen Grad der Elasticität haben, z. B. Eisen gegen Stahl, tritt diese beliebte Gleichstellung der Längen natürlich leichter und früher, dagegen mit gröfserer Gefahr ein, vor welcher zu warnen auch um so grösser die Nothwendigkeit zu seyn scheinet.

Versuche über die relative Festigkeit sind es, die uns zugleich über die weit wichtigere Frage belehren, wie grofs die äufsere einwirkende Kraft seyn dürfe, die die natürliche Elasticität auf Stahl und Eisen nicht störet, das heifst, sie in seiner Kraft, bei stäter oder oft wiederholter Anwendung der Gegenwirkung, in ihrem vollen Mafse bleiben läfst, so lange die Natur nicht durch andere, zum Beispiel chemische Einwirkungen, als Rost u. s. f., dieselben in ihrer physischen Wesenheit,

folglich auch in ihrem Grade der Elasticität verändert.

Ich bin weit entfernt, diese Ansicht für neu auszugeben, sondern weifs gar wohl, dafs sie seit *Galiläi's* Zeiten von den gröfsten Mathematikern und Ingenieuren behandelt, und der strengsten Rechnung unterworfen worden ist. Ich habe mich blofs darauf beschränkt, das Feld der Versuche, besonders in Betreff des Stahles, zu erweitern.

Damit man aber beurtheilen könne, ob die hier mitzutheilenden Versuche Werth haben, ist vor allem nöthig, eine Beschreibung und Abbildung der Maschine zu geben.

Beschreibung des bei meinen Versuchen gebrauchten Extensiometers.

Fig. 6.

a a zwei vertical stehende Säulen, welche
b b b b durch Strebestützen senkrecht auf
c c den Fufsbalken befestiget sind, und zwischen dem
d e e Bohngerüste sich wechselseitig angenähert und von einander entfernt werden können. Das obere Ende dieser Säulen ist prismatisch zugespitzt, und durch
f Stahlstangen, die durch Klammern festgehalten werden, gegen die Eindrücke der zu untersuchenden Barren gedecket. Die Länge dieser Barren, oder der Abstand der Säulen, wurde allezeit von der einwärts gerichteten Kante des Stahlstabes gemessen.

An der auswärts gerichteten Seite der vierseitigen Auflagssäulen ist ein
g g Pfosten aufrecht befestiget, der die Breite des Laufgerüstes hat, und auf dem Bohnbalken selbst aufstehet, wodurch die Tragsäulen selbst noch verstärkt

Namen der Bestandtheile — sämmtliche als Anhydrate.	Gewicht in Wiener Apothekergranen.
Übertrag .	39,321840
Kohlenstoffsaures Sodiumoxyd .	45,039680
» Calciumoxyd .	8,944750
» Baryumoxyd .	0,087050
» Strontiumoxyd	0,072675
» Magniumoxyd	0,620226
» Eisenprotoxyd	0,139082
» Manganprotox.	0,071780
Siliciumoxyd	0,480000
Zusammen .	94.777083
Wasser	9905.222917
Zusammen .	10,000 Gr.

Aus dieser Übersicht ergibt sich nun, dafs dieses Wasser 94,777 Gr. an theils elastisch-flüssigen, theils festen Bestandtheilen in 10,000 Gr. enthält; und da die versandten Flaschen immer zu 20,000 bis 20,300 Gran Wassers enthalten, so wäre der Gehalt einer solchen Flasche an mineralischen Substanzen immer circa 189,5 bis 200 W. Medicinalgrane anzunehmen, wenn die im Wasser ursprünglich vorhandene freie Kohlenstoffsäure nicht durch vorsetzliches Offenlassen der gefüllten Flaschen, um sie vor dem Zerspringen zu sichern, wenigstens zur Hälfte entwichen wäre. Diesem Übel könnte indessen die Brunnenanstalt dadurch steuern, dafs zum Vortheile Derjenigen, welche dieses Mineralwasser in seinem ganz unveränderten Zustande geniefsen wollten, immer eine Anzahl steingutener Krüge damit unter dem Wasserspiegel des Brunnens gefüllt und wohl verkorkt und verpicht versandt würde.

III.

Entwickelungen der allgemeinen Eigenschaften einiger Ausdrücke, welche in der Theorie der geraden Linie und der Ebene vorkommen;

von

Franz Xav. Moth.

1. Wenn xyz die drei rechtwinkligen Coordinaten eines Punctes im Raume sind, so ist es bekannt, dafs die Beziehung

$$A.x + B.y + C.z = 0$$

die Gleichung einer durch den Anfangspunct der Coordinaten gelegten Ebene sey.

Betrachten wir nun zwei solche Ebenen, und es seyen ihre Gleichungen:

$$A'.x + B'.y + C'.z = 0,$$
$$A''.x + B''.y + C''.z = 0.$$

Jene Ebene wollen wir mit I., diese aber mit II. bezeichnen.

Nimmt man beide Gleichungen als coëxistirend an, so dafs die Werthe der Coordinaten xyz in der einen Gleichung dieselben sind, als in der andern; so werden diese zugleich die Werthe der Coordinaten der Durchschnittslinie jener zwei Ebenen seyn.

Eliminirt man aus den Gleichungen der Ebenen I., II. zuerst z, hierauf y, endlich x, so wird man nachstehende drei Gleichungen erhalten:

$$\left.\begin{aligned}(B'C'' - B''C').y - (A''C' - A'C'').x &= 0\\ (B'C'' - B''C').z - (A'B'' - A''B').x &= 0\\ (A''C' - A'C'').z - (A'B'' - A''B').y &= 0\end{aligned}\right\} (a).$$

Die erste dieser Gleichungen gehört bekanntlich für die Projection der Durchschnittslinie jener zwei Ebenen in der coordinirten Ebene xy; eben so ist die zweite und dritte der Gleichungen (a) respective die Gleichung der Projection jener Geraden in der Ebene xz und yz. Jede dieser Gleichungen ist eine Folge der beiden anderen, und zwei derselben, zusammen betrachtet, gehören für die Durchschnittslinie jener zwei Ebenen im Raume. Da die beiden Ebenen I., II. durch den Anfangspunct der Coordinaten gehen, so geht auch ihre gemeinschaftliche Durchschnittslinie durch diesen Punct, wie die Gleichungen (a) unmittelbar zeigen.

In den Gleichungen (a) erscheinen nun zunächst, als die Coefficienten der Coordinaten xyz die zweitheiligen Ausdrücke:

$$(B'C'' - B''C'); \quad (A''C' - A'C''); \quad (A\,B'' - A''B').$$

Zur Bestimmung des Winkels, welchen die zwei Ebenen I. und II. mit einander machen, gibt die anal. Geometrie den Ausdruck:

$$\cos.\,(\text{I. II.}) = \frac{A' \cdot A'' + B' \cdot B'' + C' \cdot C''}{\sqrt{(A'^2 + B'^2 + C'^2)} \cdot \sqrt{(A''^2 + B''^2 + C''^2)}};$$

dieser Ausdruck findet sich zusammengesetzt aus den zwei ähnlichen Formen

$$(A'^2 + B'^2 + C'^2) \quad \text{und} \quad (A''^2 + B''^2 + C''^2),$$

und aus der Form

$$(A'A'' + B'B'' + C'C'').$$

2. Denken wir uns jetzt durch den Anfangspunct der Coordinaten noch eine dritte Ebene gelegt, welche wir mit III. bezeichnen wollen, oder stellen wir uns überhaupt ein System dreier Ebenen I., II., III. vor, von denen sich je zwei in einer Geraden durchschneiden, und nennen wir die Durchschnittslinie der Ebenen

II., III., die Linie 1; so wie die Durchschnittslinien der Ebenen I., III.; und I.. II., die Linien 2 und 3.

Ist die Gleichung der Ebene III.:

$$A''' \,.\, x + B''' \,.\, y + C''' \,.\, z = 0,$$

so wird man noch sechs ähnliche Gleichungen wie in (a) erhalten. Man setze nun

$$\left.\begin{array}{lll} B''C''' - B'''C'' = A_{I}; & B'''C' - B'C''' = A_{II}; & B'C'' - B''C' = A_{III}; \\ A'''C'' - A''C''' = B_{I}; & A'C''' - A'''C' = B_{II}; & A''C' - A'C'' = B_{III}; \\ A''B''' - A'''B'' = C_{I}; & A'''B' - A'B''' = C_{II}; & A'B'' - A''B' = C_{III}; \end{array}\right\} \ldots (1),$$

so sind die Gleichungen der Projectionen:

	der Geraden 1	der Geraden 2	der Geraden 3
in der Ebene yz	$C_{I} \,.\, y - B_{I} \,.\, z = 0$	$C_{II} \,.\, y - B_{II} \,.\, z = 0$	$C_{III} \,.\, y - B_{III} \,.\, z = 0$;
in der Ebene xz	$A_{I} \,.\, z - C_{I} \,.\, x = 0$	$A_{II} \,.\, z - C_{II} \,.\, x = 0$	$A_{III} \,.\, z - C_{III} \,.\, x = 0$;
in der Ebene xy	$B_{I} \,.\, x - A_{I} \,.\, y = 0$	$B_{II} \,.\, x - A_{II} \,.\, y = 0$	$B_{III} \,.\, x - A_{III} \,.\, y = 0$.

Man setze ferner:

$$\left.\begin{array}{l} A'^2 + B'^2 + C'^2 = P'^2 \\ A''^2 + B''^2 + C''^2 = P''^2 \\ A'''^2 + B'''^2 + C'''^2 = P'''^2 \end{array}\right\} \ldots (2)$$

und

$$\left.\begin{array}{l} A''.A''' + B''.B''' + C''.C''' = M' \\ A'''.A' + B'''.B' + C'''.C' = M'' \\ A'.A'' + B'.B'' + C'.C'' = M''' \end{array}\right\} \ldots (3),$$

so hat man:

$$\cos.(\text{II. III.}) = \frac{M'}{P' \,.\, P'''}; \quad \cos.(\text{I. III.}) = \frac{M''}{P' \,.\, P'''};$$

$$\cos.(\text{I. II.}) = \frac{M'''}{P' \,.\, P''}.$$

3. Betrachten wir noch insbesondere das System der drei Geraden 1, 2, 3, welche durch den Anfangspunct der Coordinaten gehen. Setzt man, um abzukürzen:

$$\left.\begin{aligned} A_{,}^{2} + B_{,}^{2} + C_{,}^{2} &= P_{,}^{2} \\ A_{,,}^{2} + B_{,,}^{2} + C_{,,}^{2} &= P_{,,}^{2} \\ A_{,,,}^{2} + B_{,,,}^{2} + C_{,,,}^{2} &= P_{,,,}^{2} \end{aligned}\right\} \ldots (4)$$

und

$$\left.\begin{aligned} A_{,,} \,.\, A_{,,,} + B_{,,} \,.\, B_{,,,} + C_{,,} \,.\, C_{,,,} &= M_{,} \\ A_{,,,} \,.\, A_{,} + B_{,,,} \,.\, B_{,} + C_{,,,} \,.\, C_{,} &= M_{,,} \\ A_{,} \,.\, A_{,,} + B_{,} \,.\, B_{,,} + C_{,} \,.\, C_{,,} &= M_{,,,} \end{aligned}\right\} \ldots (5),$$

so hat man bekanntlich:

$$\cos.(2, 3) = \frac{M_{,}}{P_{,,} \,.\, P_{,,,}}; \quad \cos.(1, 3) = \frac{M_{,,}}{P_{,} \,.\, P_{,,,}},$$

$$\cos.(1, 2) = \frac{M_{,,,}}{P_{,} \,.\, P_{,,}}.$$

Es ist interessant, zu bemerken, dafs sich die Ausdrücke für die Cosinusse der Winkel, welche die Durchschnittslinien der Ebenen I., II., III. gegenseitig mit einander machen, sich eben so aus den Gröfsen

$$M_{,} \; M_{,,} \; M_{,,,} \; P_{,} \; P_{,,} \; P_{,,,}$$

zusammengesetzt finden, als die Ausdrücke der Cosinusse der Winkel dieser respectiven Ebenen selbst aus den Gröfsen

$$M' \; M'' \; M''' \; P' \; P'' \; P'''$$

zusammengesetzt sind.

Neben diesen Ausdrücken wollen wir noch folgenden bemerken:

$$(A'B''C'''+A''B'''C'+A'''B'C''-A'B'''C''-A''B'C'''-A'''B''C') = N \ldots (6),$$

welcher, wie man weifs, in der Theorie der Ebene häufig vorzukommen pflegt.

4. Die Gröfsen $A_{,}\ B_{,}\ C_{,}\ A_{,,} \ldots$ hängen auf eine gewisse Art und Weise von den Gröfsen $A'\ B'\ C'\ A'' \ldots$ ab; man kann aber auf eben dieselbe Art andere Gröfsen von $A_{,}\ B_{,}\ C_{,}\ A_{,,} \ldots$ wieder abhängen lassen. Men setze nämlich, ganz den Ausdrücken (1) analog:

$$\left.\begin{array}{l} B_{,,}.C_{,,,}-B_{,,,}.C_{,,}=\mathfrak{A}'\ ;\quad B_{,}.C_{,}-B_{,}.C_{,,,}=\mathfrak{A}''\ ; \\ \qquad\qquad B_{,}.C_{,,}-B_{,,}.C_{,}=\mathfrak{A}'''\ ; \\ A_{,,,}.C_{,,}-A_{,,}.C_{,,,}=\mathfrak{B}'\ ;\quad A_{,}.C_{,,,}-A_{,,,}.C_{,}=\mathfrak{B}''\ ; \\ \qquad\qquad A_{,,}.C_{,}-A_{,}.C_{,,}=\mathfrak{B}'''\ ; \\ A_{,,}.B_{,,,}-A_{,,,}.B_{,,}=\mathfrak{C}'\ ;\quad A_{,,,}.B_{,}-A_{,}.B_{,,,}=\mathfrak{C}''\ ; \\ \qquad\qquad A_{,}.B_{,,}-A_{,,}.B_{,}=\mathfrak{C}'''. \end{array}\right\} (7)$$

Es ist leicht, die geometrische Bedeutung dieser Ausdrücke nachzuweisen. Denn da die Gleichungen der Ebenen, welche durch den Anfangspunct der Coordinaten senkrecht auf die respectiven Geraden 1, 2, 3 gelegt werden, und die wir mit I_0, II_0, III_0 bezeichnen wollen, sind:

$$\begin{array}{l} A_{,}.x+B_{,}.y+C_{,}.z=0\ ; \\ A_{,,}.x+B_{,,}.y+C_{,,}.z=0\ ; \\ A_{,,,}.x+B_{,,,}.y+C_{,,,}.z=0\ ; \end{array}$$

da sich ferner je zwei dieser Ebenen in einer Geraden durchschneiden (welche Durchschnittslinien respective mit 1_0, 2_0, 3_0 bezeichnet werden sollen), so werden die Gleichungen der Projectionen dieser Geraden, und zwar

	der Geraden 1_0	der Geraden 2_0	der Geraden 3_0
in der Ebene yz	$\mathfrak{C}' . y - \mathfrak{B}' . z = 0;$	$\mathfrak{C}'' . y - \mathfrak{B}'' . z = 0;$	$\mathfrak{C}''' . y - \mathfrak{B}''' . z = 0;$
in der Ebene xz	$\mathfrak{A}' . z - \mathfrak{C}' . x = 0;$	$\mathfrak{A}'' . z - \mathfrak{C}'' . x = 0;$	$\mathfrak{A}''' . z - \mathfrak{C}''' . x = 0;$
in der Ebene xy	$\mathfrak{B}' . x - \mathfrak{A}' . y = 0;$	$\mathfrak{B}'' . x - \mathfrak{A}'' . y = 0;$	$\mathfrak{B}''' . x - \mathfrak{A}''' . y = 0.$

Setzt man nun, den Ausdrücken (2) und (3) analog:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{A}'^2 + \mathfrak{B}'^2 + \mathfrak{C}'^2 &= \mathfrak{P}'^2; \\ \mathfrak{A}''^2 + \mathfrak{B}''^2 + \mathfrak{C}''^2 &= \mathfrak{P}''^2; \\ \mathfrak{A}'''^2 + \mathfrak{B}'''^2 + \mathfrak{C}'^2 &= \mathfrak{P}'''^2; \end{aligned}\right\} \ldots (8) \quad \text{und} \quad \left.\begin{aligned} \mathfrak{A}'' . \mathfrak{A}''' + \mathfrak{B}'' . \mathfrak{B}''' + \mathfrak{C}'' . \mathfrak{C}''' &= \mathfrak{M}'; \\ \mathfrak{A}''' . \mathfrak{A}' + \mathfrak{B}''' . \mathfrak{B}' + \mathfrak{C}''' . \mathfrak{C}' &= \mathfrak{M}''; \\ \mathfrak{A}' . \mathfrak{A}'' + \mathfrak{B}' . \mathfrak{B}'' + \mathfrak{C}' . \mathfrak{C}'' &= \mathfrak{M}''; \end{aligned}\right\} \ldots (9),$$

so wird man haben:

$$\cos.(\mathrm{II}_0 . \mathrm{III}_0) = \frac{M_{,}}{P_{,,} . P_{,,,}}; \quad \cos.(\mathrm{I}_0 . \mathrm{III}_0) = \frac{M_{,,}}{P_{,} . P_{,,,}}; \quad \cos.(\mathrm{I}_0 . \mathrm{II}_0) = \frac{M_{,,,}}{P_{,} . P_{,,}} \quad \text{und}$$

$$\cos.(2_0 . 3_0) = \frac{\mathfrak{M}'}{\mathfrak{P}'' . \mathfrak{P}'''}; \quad \cos.(1_0 . 3_0) = \frac{\mathfrak{M}''}{\mathfrak{P}' . \mathfrak{P}'''}; \quad \cos.(1_0 . 2_0) = \frac{\mathfrak{M}'''}{\mathfrak{P}' . \mathfrak{P}''}.$$

Endlich sey noch:

$$(A_{,} B_{,,} C_{,,,} + A_{,,} B_{,,,} C_{,} + A_{,,,} B_{,} C_{,,} - A_{,} B_{,,,} C_{,,} - A_{,,} B_{,} C_{,,,} - A_{,,,} B_{,,} C_{,}) = \mathfrak{N} \ldots (10).$$

5. Die in vorstehenden zehn Systemen von Gleichungen enthaltenen Ausdrücke besitzen eine Menge merkwürdiger und wichtiger Beziehungen gegen einander sowohl, als auch gegen ihre ursprünglichen Bestandtheile $A' B' C' A'' \ldots$ Die Erforschung der Eigenschaften dieser Ausdrücke ist nun der Hauptzweck der gegenwärtigen Untersuchungen. Um dieselben auf eine leichte Weise

zu entwickeln, und auf einem einfachen Wege zu ihrer Kenntnifs zu gelangen, werde ich noch einige aus den Gröfsen $A' B' C' A'' \ldots$ und $A_, B_, C_, A_{,,} \ldots$ zusammengesetzte Ausdrücke zu Hülfe nehmen, welche sich noch im nachstehenden Systeme zusammengesetzt finden.

$$\left.\begin{array}{l}
B' C_{,,} - B_{,,} C' = A'_{,,}; \quad C' A_{,,} - A' C_{,,} = B'_{,,}; \\
A' B_{,,} - A_{,,} B' = C'_{,,}; \\
C'' B_, - B'' C_, = A''_,; \quad A'' C_, - C'' A_, = B''_,; \\
B'' A_, - A'' B_, = C''_,; \\
C' B_{,,,} - B' C_{,,,} = A'_{,,,}; \quad A' C_{,,,} - C' A_{,,,} = B'_{,,,}; \\
B' A_{,,,} - A' B_{,,,} = C'_{,,,}; \\
B''' C_, - C''' B_, = A'''_,; \quad C''' A_, - A''' C_, = B'''_,; \\
A''' B_, - B''' A_, = C'''_,; \\
B'' C_{,,,} - C'' B_{,,,} = A''_{,,,}; \quad C'' A_{,,,} - A'' C_{,,,} = B''_{,,,}; \\
A'' B_{,,,} - B'' A_{,,,} = C''_{,,,}; \\
C''' B_{,,} - B''' C_{,,} = A'''_{,,}; \quad A''' C_{,,} - C''' A_{,,} = B'''_{,,}; \\
B''' A_{,,} - A''' B_{,,} = C'''_{,,};
\end{array}\right\} (11)$$

Die Eigenschaften der aus den Gröfsen $A' B' C' A'' \ldots$ formirten Ausdrücke, welche wir hier entwickeln werden, sind nicht nur an und für sich schon sehr merkwürdig, sondern auch noch wegen ihren schönen Anwendungen in einigen Theilen der Geometrie und Mechanik von grofser Wichtigkeit. Sie bestehen hauptsächlich in gewissen Relationen, welche die formirten Ausdrücke entweder gegen die ursprünglichen Gröfsen $A' B' C' A'' \ldots$ oder gegen einander haben. In dieser Beziehung unterscheide ich auch *zwei* Classen von Relationen. In denen der ersten Classe kommen die accentuirten Buchstaben $A B C$ und $\mathfrak{A} \mathfrak{B} \mathfrak{C}$ vor, während die andere Classe nur Relationen zwischen den Gröfsen $P M \mathfrak{P} \mathfrak{M} N \mathfrak{N}$ enthält. Diese letztern enthalten die

Grundlage einer ganz neuen und sehr einfachen Methode, alle Gleichungen der sphärischen Trigonometrie mit Eleganz, Leichtigkeit und Präcision auf eine gleichförmige Art zu entwickeln. Indem ich nun in diesem Aufsatze die allgemeinen Eigenschaften einiger in der analytischen Geometrie vorkommender Ausdrücke entwickle, habe ich zugleich die Absicht, diese Anwendungen, welche sich von ihnen zu dem gedachten Zwecke machen lassen, in einer Reihe von Aufsätzen nach und nach bekannt zu machen.

I. Classe.

Von den Beziehungen der accentuirten Gröfsen $ABC\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}$ sowohl gegen einander, als auch gegen die Gröfsen $PM\mathfrak{P}\mathfrak{M}$, N und $\mathfrak{N}$.

6. Von den formirten Ausdrücken sind mehrere unter mannigfaltigen Gestalten vorstellbar. Wir werden nun mit den Transformationen solcher Ausdrücke den Anfang machen. Von denen verdienen unsere Aufmerksamkeit zuerst diejenigen, welche wir mit N und $\mathfrak{N}$ bezeichneten. Man hat nämlich:

$$\left.\begin{array}{l} N = A' \,.\, A_{,} + B' \,.\, B_{,} + C' \,.\, C_{,}; \\ N = A'' \,.\, A_{,,} + B'' \,.\, B_{,,} + C'' \,.\, C_{,,}; \\ N = A''' \,.\, A_{,,,} + B''' \,.\, B_{,,,} + C''' \,.\, C_{,,,}; \\ N = A' \,.\, A_{,} + A'' \,.\, A_{,,} + A''' \,.\, A_{,,,}; \\ N = B' \,.\, B_{,} + B'' \,.\, B_{,,} + B''' \,.\, B_{,,,}; \\ N = C' \,.\, C_{,} + C'' \,.\, C_{,,} + C''' \,.\, C_{,,,}. \end{array}\right\} \ldots (12)$$

Eben so ist:

$$\left.\begin{array}{l} \mathfrak{N} = A_{,} \,.\, \mathfrak{A}' + B_{,} \,.\, \mathfrak{B}' + C_{,} \,.\, \mathfrak{C}'; \\ \mathfrak{N} = A_{,,} \,.\, \mathfrak{A}'' + B_{,,} \,.\, \mathfrak{B}'' + C_{,,} \,.\, \mathfrak{C}''; \\ \mathfrak{N} = A_{,,,} \,.\, \mathfrak{A}''' + B_{,,,} \,.\, \mathfrak{B}''' + C_{,,,} \,.\, \mathfrak{C}'''; \\ \mathfrak{N} = A_{,} \,.\, \mathfrak{A}' + A_{,,} \,.\, \mathfrak{A}'' + A_{,,,} \,.\, \mathfrak{A}'''; \\ \mathfrak{N} = B_{,} \,.\, \mathfrak{B}' + B_{,,} \,.\, \mathfrak{B}'' + B_{,,,} \,.\, \mathfrak{B}'''; \\ \mathfrak{N} = C_{,} \,.\, \mathfrak{C}' + C_{,,} \,.\, \mathfrak{C}'' + C_{,,,} \,.\, \mathfrak{C}'''. \end{array}\right\} \ldots (13)$$

Von der Richtigkeit dieser Ausdrücke kann man sich durch eine leichte Substitution versichern.

Zwischen den Ausdrücken des Systemes (1) und ihren Bestandtheilen finden ferner nachstehende Beziehungen Statt:

$$\left.\begin{array}{l} B' \,.\, C_{,} + B'' \,.\, C_{,,} + B''' \,.\, C_{,,,} = 0; \\ C' \,.\, A_{,} + C'' \,.\, A_{,,} + C''' \,.\, A_{,,,} = 0; \\ A' \,.\, B_{,} + A'' \,.\, B_{,,} + A''' \,.\, B_{,,,} = 0; \\ C' \,.\, B_{,} + C'' \,.\, B_{,,} + C''' \,.\, B_{,,,} = 0; \\ A' \,.\, C_{,} + A'' \,.\, C_{,,} + A''' \,.\, C_{,,,} = 0; \\ B' \,.\, A_{,} + B'' \,.\, A_{,,} + B''' \,.\, A_{,,,} = 0; \end{array}\right\} \ldots (14)$$

$$\left.\begin{array}{l} A'' \,.\, A_{,,,} + B'' \,.\, B_{,,,} + C'' \,.\, C_{,,,} = 0; \\ A''' \,.\, A_{,} + B''' \,.\, B_{,} + C''' \,.\, C_{,} = 0; \\ A' \,.\, A_{,,} + B' \,.\, B_{,,} + C' \,.\, C_{,,} = 0; \\ A''' \,.\, A_{,,} + B''' \,.\, B_{,,} + C''' \,.\, C_{,,} = 0; \\ A' \,.\, A_{,,,} + B_{,} \,.\, B_{,,,} + C_{,} \,.\, C_{,,,} = 0; \\ A'' \,.\, A_{,} + B'' \,.\, B_{,} + C'' \,.\, C_{,} = 0. \end{array}\right\} \ldots (15)$$

Von der Statthaftigkeit dieser Beziehungen wird man sich auf der Stelle überzeugen, wenn man in ihnen für die Gröfsen $A_{,}\ B_{,}\ C_{,}\ A_{,,} \ldots$ ihre Bedeutungen aus (1) setzt.

Da ferner auch die mit $\mathfrak{A}'\ \mathfrak{B}'\ \mathfrak{C}'\ \mathfrak{A}'' \ldots$ bezeichneten Ausdrücke auf eben dieselbe Weise aus den Gröfsen $A_{,}\ B_{,}\ C_{,}\ A_{,,} \ldots$ zusammengesetzt sind, wie diese Grössen selbst aus den ursprünglichen $A'\ B'\ C'\ A'' \ldots$; so folgt, dafs auch zwischen jenen die nämlichen Relationen obwalten werden, als zwischen diesen. Man hat sofort:

$$\left.\begin{array}{l} B_{,} \,.\, \mathfrak{C}' + B_{,,} \,.\, \mathfrak{C}'' + B_{,,,} \,.\, \mathfrak{C}''' = 0; \\ C_{,} \,.\, \mathfrak{A}' + C_{,,} \,.\, \mathfrak{A}'' + C_{,,,} \,.\, \mathfrak{A}''' = 0; \\ A_{,} \,.\, \mathfrak{B}' + A_{,,} \,.\, \mathfrak{B}'' + A_{,,,} \,.\, \mathfrak{B}''' = 0; \\ C_{,} \,.\, \mathfrak{B}' + C_{,,} \,.\, \mathfrak{B}'' + C_{,,,} \,.\, \mathfrak{B}''' = 0; \\ A_{,} \,.\, \mathfrak{C}' + A_{,,} \,.\, \mathfrak{C}'' + A_{,,,} \,.\, \mathfrak{C}''' = 0; \\ B_{,} \,.\, \mathfrak{A}' + B_{,,} \,.\, \mathfrak{A}'' + B_{,,,} \,.\, \mathfrak{A}''' = 0; \end{array}\right\} \ldots (16)$$

$$\left.\begin{array}{l} A_{,,} \,.\, \mathfrak{A}''' + B_{,,} \,.\, \mathfrak{B}''' + C_{,,} \,.\, \mathfrak{C}''' = 0; \\ A_{,,,} \,.\, \mathfrak{A}' + B_{,,,} \,.\, \mathfrak{B}' + C_{,,,} \,.\, \mathfrak{C}' = 0; \\ A_{,} \,.\, \mathfrak{A}'' + B_{,} \,.\, \mathfrak{B}'' + C_{,} \,.\, \mathfrak{C}'' = 0; \\ A_{,,,} \,.\, \mathfrak{A}'' + B_{,,,} \,.\, \mathfrak{B}'' + C_{,,,} \,.\, \mathfrak{C}'' = 0; \\ A_{,} \,.\, \mathfrak{A}''' + B_{,} \,.\, \mathfrak{B}''' + C_{,} \,.\, \mathfrak{C}''' = 0; \\ A_{,,} \,.\, \mathfrak{A}' + B_{,,} \,.\, \mathfrak{B}' + C_{,,} \,.\, \mathfrak{C}' = 0. \end{array}\right\} \ldots (17)$$

7. Wir wollen jetzt die Ausdrücke des Systemes (7.) näher entwickeln. Setzt man im Ausdrucke

$$\mathfrak{A}' = (B_{,,} \,.\, C_{,,,} - B_{,,,} \,.\, C_{,,})$$

anstatt $B_{,,}$ und $B_{,,,}$ die dafür angenommenen Ausdrücke, so erhält man

$$\mathfrak{A}' = (A' \,.\, C''' - A''' \,.\, C') \,.\, C_{,,,} - (A'' \,.\, C' - A' \,.\, C'') \,.\, C_{,,}$$

oder

$$\mathfrak{A}' = [A' \,.\, (C'' \,.\, C_{,,} + C''' \,.\, C_{,,,}) - C' \,.\, (A'' \,.\, C_{,,} + A''' \,.\, C_{,,,})].$$

Nun aber ist, gemäfs Vorhergehendem:

$$(C'' \,.\, C_{,,} + C''' \,.\, C_{,,,}) = N - C' \,.\, C_{,};$$

folglich wird man haben:

$$\mathfrak{A}' = [A' \,.\, N - C' \,.\, (A' \,.\, C_{,} + A'' \,.\, C_{,,} + A''' \,.\, C_{,,,})];$$

und wegen

$$A' \,.\, C_{,} + A'' \,.\, C_{,,} + A''' \,.\, C_{,,,} = 0$$

ist endlich $\mathfrak{A}' = A' \,.\, N.$

Auf eben diese Art lassen sich die übrigen Ausdrücke, als $\mathfrak{B}'\ \mathfrak{C}'\ \mathfrak{A}'' \ldots$, reduciren; man findet sonach die folgenden sehr merkwürdigen Beziehungen:

$$\left.\begin{array}{lll} \mathfrak{A}' = N \,.\, A'; & \mathfrak{A}'' = N \,.\, A''; & \mathfrak{A}''' = N \,.\, A''' \\ \mathfrak{B}' = N \,.\, B'; & \mathfrak{B}'' = N \,.\, B''; & \mathfrak{B}''' = N \,.\, B''' \\ \mathfrak{C}' = N \,.\, C'; & \mathfrak{C}'' = N \,.\, C''; & \mathfrak{C}''' = N \,.\, C''' \end{array}\right\} (18)$$

Bringt man diese Ausdrücke von $\mathfrak{A}'\ \mathfrak{B}'\ \mathfrak{C}'\ \mathfrak{A}'' \ldots$ in die Gleichungen (8) und (9), so hat man:

$$\left.\begin{array}{l} \mathfrak{P}' = N \,.\, P'; \\ \mathfrak{P}'' = N \,.\, P''; \\ \mathfrak{P}''' = N \,.\, P'''. \end{array}\right\} \ldots (19) \qquad \left.\begin{array}{l} \mathfrak{M}' = N^2 \,.\, M'; \\ \mathfrak{M}'' = N^2 \,.\, M''; \\ \mathfrak{M}''' = N^2 \,.\, M'''. \end{array}\right\} \ldots (20)$$

Setzt man sie endlich noch in die Gleichungen (13), so zeigt eine jede von ihnen, dafs

$$\mathfrak{N} = N^2 \quad \text{sey.}$$

8. Substituirt man in den Ausdrücken des Systemes (11) für $A_{,}$ $B_{,}$ $C_{,}$ $A_{,,}$ ... die Bedeutungen derselben aus dem Systeme (1), so findet man nach einigen leichten und einfachen Reductionen nachstehende Formen:

$$\left.\begin{aligned} A''_{,} &= (A'''.P'^2 - A''.M'); & A'_{,,} &= (A'''.P'^2 - A'.M'') \\ B''_{,} &= (B'''.P'^2 - B''.M'); & B'_{,,} &= (B'''.P'^2 - B'.M'') \\ C''_{,} &= (C'''.P'^2 - C''.M'); & C'_{,,} &= (C'''.P'^2 - C'.M'') \end{aligned}\right\} (21)$$

$$\left.\begin{aligned} A'''_{,} &= (A''.P'''^2 - A'''.M'); & A'_{,,,} &= (A''.P'^2 - A'.M''') \\ B'''_{,} &= (B''.P'''^2 - B'''.M'); & B'_{,,,} &= (B''.P'^2 - B'.M''') \\ C'''_{,} &= (C''.P'''^2 - C'''.M'); & C'_{,,,} &= (C''.P'^2 - C'.M''') \end{aligned}\right\} (22)$$

$$\left.\begin{aligned} A'''_{,,} &= (A'.P'''^2 - A'''.M''); & A''_{,,,} &= (A'.P'^2 - A''.M''') \\ B'''_{,,} &= (B'.P'''^2 - B'''.M''); & B''_{,,,} &= (B'.P'^2 - B''.M''') \\ C'''_{,,} &= (C'.P'''^2 - C'''.M''); & C''_{,,,} &= (C'.P'^2 - C''.M''') \end{aligned}\right\} (23)$$

9. Wenn man von den drei Gleichungen:

$$\begin{aligned} M'' &= A' \,.\, A''' + B' \,.\, B''' + C' \,.\, C'''; \\ M''' &= A' \,.\, A'' + B' \,.\, B'' + C' \,.\, C''; \\ P'^2 &= A' \,.\, A' + B' \,.\, B' + C' \,.\, C'; \end{aligned}$$

die erste mit $A_{,,,}$, die zweite mit $A_{,,}$, und die dritte mit $A_{,}$ multiplicirt, und hierauf addirt; so erhält man, wegen

$$\begin{aligned} A' \;\; A_{,} + A'' \,.\, A_{,,} + A''' \,.\, A_{,,,} &= N; \\ B' \,.\, B_{,} + B'' \,.\, A_{,,} + B''' \,.\, A_{,,,} &= 0; \\ C' \,.\, A_{,} + C'' \,.\, A_{,,} + C''' \,.\, A_{,,,} &= 0; \end{aligned}$$

die Gleichung:

$$P'^2 \,.\, A_{,} + M''' \,.\, A_{,,} + M'' \,.\, A_{,,,} = N \,.\, A' = \mathfrak{A}'.$$

Diese Gleichung würde man auch noch erhalten können, wenn man von jenen drei letzten Gleichungen

die erste mit A', die zweite mit B', und die dritte mit C' multiplicirt hätte; ihre Summe gibt sodann gleichfalls die schon gefundene Relation.

Aufser dieser existiren zwischen PMN und den Gröfsen ABC noch acht ähnliche, die man auf gleiche Weise, wie die schon gefundene, aus den vorhergehenden ableiten kann; so dafs man das nachstehende System von neun Relationen haben wird:

$$\left.\begin{aligned} N.A' = \mathfrak{A}' = P'^2.A_{,} + M'''.A_{,,} + M''.A_{,,,};\\ N.B' = \mathfrak{B}' = P'^2.B_{,} + M'''.B_{,,} + M''.B_{,,,};\\ N.C' = \mathfrak{C}' = P'^2.C_{,} + M'''.C_{,,} + M''.C_{,,,}; \end{aligned}\right\} (24)$$

$$\left.\begin{aligned} N.A'' = \mathfrak{A}'' = M'''.A_{,} + P''^2.A_{,,} + M'.A_{,,,};\\ N.B'' = \mathfrak{B}'' = M'''.B_{,} + P''^2.B_{,,} + M'.B_{,,,};\\ N.C'' = \mathfrak{C}'' = M'''.C_{,} + P''^2.C_{,,} + M'.C_{,,,}; \end{aligned}\right\} (25)$$

$$\left.\begin{aligned} N.A''' = \mathfrak{A}''' = M''.A_{,} + M'.A_{,,} + P'''^2.A_{,,,};\\ N.B''' = \mathfrak{B}''' = M''.B_{,} + M'.B_{,,} + P'''^2.B_{,,,};\\ N.C''' = \mathfrak{C}''' = M''.C_{,} + M'.C_{,,} + P'''^2.C_{,,,}. \end{aligned}\right\} (26)$$

10. Wenn wir jetzt, dem Vorhergehenden analog, von den drei Gleichungen:

$$M_{,,} = A_{,}.A_{,,,} + B_{,}.B_{,,,} + C_{,}.C_{,,,};$$
$$M_{,,,} = A_{,}.A_{,,} + B_{,}.B_{,,} + C_{,}.C_{,,};$$
$$P_{,}^{2} = A_{,}.A_{,} + B_{,}.B_{,} + C_{,}.C_{,};$$

die erste mit A''', die zweite mit A'', und die dritte mit A' multiplicirt, so gibt ihre Summe, wegen:

$$A'.A_{,} + A''.A_{,,} + A'''.A_{,,,} = N;$$
$$A'.B_{,} + A''.B_{,,} + A'''.B_{,,,} = 0;$$
$$A'.C_{,} + A''.C_{,,} + A'''.C_{,,,} = 0:$$

nachstehende Gleichung:

$$N.A_{,} = A'.P_{,}^{2} + M_{,,,}.A'' + M_{,,}.A'''.$$

Diese Gleichung würde auch noch zum Vorschein kommen, wenn man von den letzten drei Gleichungen

die erste mit $A_{,}$, die zweite mit $B_{,}$, und die dritte mit $C_{,}$ multiplicirt, und hierauf addirt hätte.

Aufser der gefundenen Gleichung lassen sich noch acht ähnliche auf dieselbe Weise erhalten, auf welche man jene erhielt; so dafs man nun nachstehendes System von neun Relationen haben wird:

$$\left.\begin{aligned} N \,.\, A_{,} &= P_{,}^{2} \,.\, A' + M_{,,,} \,.\, A'' + M_{,,} \,.\, A''' ; \\ N \,.\, B_{,} &= P_{,}^{2} \,.\, B' + M_{,,,} \,.\, B'' + M_{,,} \,.\, B''' ; \\ N \,.\, C_{,} &= P_{,}^{2} \,.\, C_{,} + M_{,,,} \,.\, C'' + M_{,,} \,.\, C''' ; \end{aligned}\right\} (27)$$

$$\left.\begin{aligned} N \,.\, A_{,,} &= M_{,,,} \,.\, A' + P_{,,}^{2} \,.\, A'' + M_{,} \,.\, A''' ; \\ N \,.\, B_{,,} &= M_{,,,} \,.\, B' + P_{,,}^{2} \,.\, B'' + M_{,} \,.\, B''' ; \\ N \,.\, C_{,,} &= M_{,,,} \,.\, C' + P_{,,}^{2} \,.\, C'' + M_{,} \,.\, C''' ; \end{aligned}\right\} (28)$$

$$\left.\begin{aligned} N \,.\, A_{,,,} &= M_{,,} \,.\, A' + M_{,} \,.\, A'' + P_{,,,}^{2} \,.\, A''' ; \\ N \,.\, B_{,,,} &= M_{,,} \,.\, B' + M_{,} \,.\, B'' + P_{,,,}^{2} \,.\, B''' ; \\ N \,.\, C_{,,,} &= M_{,,} \,.\, C' + M_{,} \,.\, C'' + P_{,,,}^{2} \,.\, C''' . \end{aligned}\right\} (29)$$

Sowohl aus den Relationen (24), (25), (26), als auch aus (27), (28), (29) können neue hergeleitet werden, wenn man jene mit N^2, und diese mit N multiplicirt, und von den Relationen (18), (19), (20) Gebrauch macht. So z. B. ist

$$N^3 \,.\, A' = N^2 \,.\, \mathfrak{A}' = \mathfrak{P}'^{2} \,.\, A' + \mathfrak{M}''' \,.\, A_{,,} + \mathfrak{M}'' \,.\, A_{,,,} ;$$

u. s. w.

$$N^2 \,.\, A_{,} = P_{,}^{2} \,.\, \mathfrak{A}' + M_{,,,} \,.\, \mathfrak{A}_{,,} + M_{,,} \,.\, \mathfrak{A}_{,,,} ;$$

u. s. w.

11. Wenn man von den Gleichungen des Systemes (27):

$$N \,.\, B_{,} = P_{,}^{2} \,.\, B' + M_{,,,} \,.\, B'' + M_{,,} \,.\, B''' ;$$
$$N \,.\, C_{,} = P_{,}^{2} \,.\, C' + M_{,,,} \,.\, C'' + M_{,,} \,.\, C''' ;$$

die erste mit C'', die andere mit B'' multiplicirt, und hierauf von einander subtrahirt; so wird man erhalten:

$$N \,.\, (B_{,}\, C'' - C_{,}\, B'') =$$
$$= P'_{,}\,(B'\, C'' - B''\, C') - M_{,,} \,.\, (B''\, C''' - B'''\, C'')$$
oder $N \,.\, A''_{,} = (P^{2}_{,} \,.\, A_{,,,} - M_{,,} \,.\, A_{,})$.

Diesem Ausdrucke analog findet man auch noch alle übrigen, für $N \,.\, B''_{,}$; $N \,.\, C''_{,}$; u. s. w. Man wird folglich nachstehendes System von Relationen erhalten:

$$\left.\begin{array}{ll} N.A''_{,} = P^{2}_{,} \,.\, A_{,,,} - M_{,,} \,.\, A_{,}; & N.A'_{,,} = P^{2}_{,,} \,.\, A_{,,,} - M_{,} \,.\, A_{,,} \\ N.B''_{,} = P^{2}_{,} \,.\, B_{,,,} - M_{,,} \,.\, B_{,}; & N.B'_{,,} = P^{2}_{,,} \,.\, B_{,,,} - M_{,} \,.\, B_{,,} \\ N.C''_{,} = P^{2}_{,} \,.\, C_{,,,} - M_{,,} \,.\, C_{,}; & N.C'_{,,} = P^{2}_{,,} \,.\, C_{,,,} - M_{,} \,.\, C_{,,} \end{array}\right\} \quad (30)$$

$$\left.\begin{array}{ll} N.A'''_{,} = P^{2}_{,} \,.\, A_{,,} - M_{,,,} \,.\, A_{,}; & N.A'_{,,,} = P^{2}_{,,,} \,.\, A_{,,} - M_{,} \,.\, A_{,,,} \\ N.B'''_{,} = P^{2}_{,} \,.\, B_{,} - M_{,,,} \,.\, B_{,}; & N.B'_{,,,} = P^{2}_{,,,} \,.\, B_{,,} - M_{,} \,.\, B_{,,,} \\ N.C'''_{,} = P^{2}_{,} \,.\, C_{,,} - M_{,,,} \,.\, C_{,}; & N.C'_{,,,} = P^{2}_{,,,} \,.\, C_{,,} - M_{,} \,.\, C_{,,,} \end{array}\right\} \quad (31)$$

$$\left.\begin{array}{ll} N.A'''_{,,} = P^{2}_{,,} \,.\, A_{,} - M_{,,,} \,.\, A_{,,}; & N.A''_{,,,} = P^{2}_{,,,} \,.\, A_{,} - M_{,,} \,.\, A_{,,,} \\ N.B'''_{,,} = P^{2}_{,,} \,.\, B_{,} - M_{,,,} \,.\, B_{,,}; & N.B''_{,,,} = P^{2}_{,,,} \,.\, B_{,} - M_{,,} \,.\, B_{,,,} \\ N.C'''_{,,} = P^{2}_{,,} \,.\, C_{,} - M_{,,,} \,.\, C_{,,}; & N.C''_{,,,} = P^{2}_{,,,} \,.\, C_{,} - M_{,,} \,.\, C_{,,,} \end{array}\right\} \quad (32)$$

12. Wir wollen jetzt den Ausdruck

$$(A_{,,} \,.\, M_{,,} - A_{,,,} \,.\, M_{,,,})$$

entwickeln. Setzt man für $M_{,}$ $M_{,,,}$ ihre Bedeutungen, so erhält man:

$$(A_{,,} \,.\, M_{,,} - A_{,,,} \,.\, M_{,,,}) = \left\{\begin{array}{l} A_{,,} \,.\, B_{,} B_{,,,} + A_{,,} \,.\, C_{,} C_{,,,} \\ - A_{,,,} \,.\, B_{,} B_{,,} - A_{,,,} \,.\, C_{,} C_{,,} \end{array}\right\}$$
$$= [B_{,} \,.\, (A_{,,} \,.\, B_{,,,} - A_{,,,} \,.\, B_{,,}) - C_{,} \,.\, (A_{,,,} \,.\, C_{,,} - A_{,,} \,.\, C_{,,,})]$$
$$= (B_{,} \,.\, \mathfrak{C}' - C_{,} \,.\, \mathfrak{B}') = N \,.\, (B_{,} \,.\, C' - C_{,} \,.\, B').$$

Nun findet man auf gleiche Weise:

$$(B_{,} \,.\, C' - C_{,} \,.\, B') = (A''' \,.\, M''' - A'' \,.\, M'');$$

folglich hat man:

$$(A_{,,} \,.\, M_{,,} - A_{,,,} \,.\, M_{,,,}) = N \,.\, (A''' \,.\, M''' - A'' \,.\, M''),$$

woraus

$$N = \left(\frac{A_{,,} . M_{,,} - A_{,,,} . M_{,,,}}{A''' . M''' - A'' . M''}\right) = -\left(\frac{A_{,,} . M_{,,} - A_{,,,} . M_{,,,}}{A'' . M'' - A''' . M'''}\right)$$

folgt. Diesem Ausdrucke analog hat man nun:

$$\left.\begin{aligned} N = -\frac{A_{,,} M_{,,} - A_{,,,} M_{,,,}}{A'' M'' - A''' M'''} &= -\frac{A_{,,,} M_{,,,} - A_{,} M_{,}}{A''' M''' - A' M'} \\ &= -\frac{A_{,} M_{,} - A_{,,} M_{,,}}{A' M' - A'' M''}; \\ N = -\frac{B_{,} M_{,,} - B_{,,,} M_{,,,}}{B'' M'' - B''' M'''} &= -\frac{B_{,,,} M_{,,,} - B_{,} M_{,}}{B''' M''' - B' M'} \\ &= -\frac{B_{,} M_{,} - B_{,,} M_{,,}}{B' M' - B'' M''}; \\ N = -\frac{C_{,,} M_{,,} - C_{,,,} M_{,,,}}{C'' M'' - C''' M'''} &= -\frac{C_{,,,} M_{,,,} - C_{,} M_{,}}{C''' M''' - C' M'} \\ &= -\frac{C_{,} M_{,} - C_{,,} M_{,,}}{B' M' - C'' M''}. \end{aligned}\right\} (33)$$

13. Wenn man im Ausdrucke

$$(B''' . C''_{,} - C''' . B''_{,})$$

für $C''_{,}$ $B''_{,}$ ihre Bedeutungen aus den Gleichungen (11) setzt, so hat man dafür:

$$[B''' . (B'' A_{,} - A'' B_{,}) - C''' . (A'' C_{,} - C'' A_{,})]$$

oder

$$[A_{,} . (B'' B''' + C'' C''') - A'' . (B''' B_{,} + C''' C_{,})]$$

oder

$$[A_{,} . (M' - A'' A''') + A'' . A''' . A_{,}] = A_{,} . M'.$$

Auf eben diese Form würde sich der Ausdruck

$$(C'' . B'''_{,} - B'' . C'''_{,})$$

reduciren. Sonach erhält man das nachstehende System von Relationen:

$$\left.\begin{aligned} A_{,} . M' &= B''' . C''_{,} - C''' . B''_{,} = C'' . B'''_{,} - B'' . C'''_{,} \\ B_{,} . M' &= C''' . A''_{,} - A''' . C''_{,} = A'' . C'''_{,} - C'' . A'''_{,} \\ C_{,} . M' &= A''' . B''_{,} - B''' . A''_{,} = B'' . A'''_{,} - A'' . B'''_{,} \end{aligned}\right\} (34)$$

$$\left.\begin{aligned} A_{,,}.M'' &= B'.C'''_{,,} - C'.B'''_{,,} = C''.B'_{,,} - B''.C'_{,,} \\ B_{,,}.M'' &= C'.A'''_{,,} - A'.C'''_{,,} = A''.C'_{,,} - C''.A'_{,,} \\ C_{,,}.M'' &= A'.B'''_{,,} - B'.A'''_{,,} = B''.A'_{,,} - A''.B'_{,,} \end{aligned}\right\} (35)$$

$$\left.\begin{aligned} A_{,,,}.M''' &= B''.C'_{,,,} - C''.B'_{,,,} = C'.B''_{,,,} - B'.C''_{,,,} \\ B_{,,,}.M''' &= C''.A'_{,,,} - A''.C'_{,,,} = A'.C''_{,,,} - C'.A''_{,,,} \\ C_{,,,}.M''' &= A''.B'_{,,,} - B''.A'_{,,,} = B'.A''_{,,,} - A'.B''_{,,,} \end{aligned}\right\} (36)$$

14. Setzen wir im Ausdrucke

$$(B_{,,,} \cdot C'_{,,} - C_{,,,} \cdot B'_{,,})$$

anstatt $C'_{,,}\ B'_{,,}$ ihre Bedeutungen aus (11); so erhalten wir:

$$[B_{,,,} \cdot (A' B_{,,} - A_{,,} B') - C_{,,,} \cdot (C' A_{,,} - A' C_{,,})],$$

und dieser Ausdruck reducirt sich leicht auf die Form:

$$A' \cdot M_{,}.$$

Auf eben diese Form reducirt sich auch noch der Ausdruck:

$$(C'' \cdot B'_{,,,} - B_{,,} \cdot C'_{,,}).$$

Man hat also nachstehende, den vorhergehenden analoge Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} A' \cdot M_{,} &= B_{,,,} \cdot C'_{,,} - C_{,,,} \cdot B'_{,,} = C_{,,} \cdot B'_{,,,} - B_{,,} \cdot C'_{,,,} \\ B' \cdot M_{,} &= C_{,,,} \cdot A'_{,,} - A_{,,,} \cdot C'_{,,} = A_{,,} \cdot C'_{,,,} - C_{,,} \cdot A'_{,,,} \\ C' \cdot M_{,} &= A_{,,,} \cdot B'_{,,} - B_{,,,} \cdot A'_{,,} = B_{,,} \cdot A'_{,,,} - A_{,,} \cdot B'_{,,,} \end{aligned}\right\} (37)$$

$$\left.\begin{aligned} A'' \cdot M_{,,} &= B_{,} \cdot C''_{,,,} - C_{,} \cdot B''_{,,,} = C_{,,,} \cdot B''_{,} - B_{,,,} \cdot C''_{,} \\ B'' \cdot M_{,,} &= C_{,} \cdot A''_{,,,} - A_{,} \cdot C''_{,,,} = A_{,,,} \cdot C''_{,} - C_{,,,} \cdot A''_{,} \\ C'' \cdot M_{,,} &= A_{,} \cdot B''_{,,,} - B_{,} \cdot A''_{,,,} = B_{,,,} \cdot A''_{,} - A_{,,,} \cdot B''_{,} \end{aligned}\right\} (38)$$

$$\left.\begin{aligned} A''' \cdot M_{,,,} &= B_{,,} \cdot C'''_{,} - C_{,,} \cdot B'''_{,} = C_{,} \cdot B'''_{,,} - B_{,} \cdot C'''_{,,} \\ B''' \cdot M_{,,,} &= C_{,,} \cdot A'''_{,} - A_{,,} \cdot C'''_{,} = A_{,} \cdot C'''_{,,} - C_{,} \cdot A'''_{,,} \\ C''' \cdot M_{,,,} &= A_{,,} \cdot B'''_{,} - B_{,,} \cdot A'''_{,} = B_{,} \cdot A'''_{,,} - A_{,} \cdot B'''_{,,} \end{aligned}\right\} (39)$$

15. Wenn man durch dasselbe Verfahren, das in

den beiden vorhergehenden Art. gebraucht wurde, den Ausdruck

$$(C_{,,} \cdot B''_{,,} - B_{,,} \cdot C''_{,,})$$

reducirt; so wird man finden, dafs dieser Ausdruck endlich auf die einfache Form

$$A''' \cdot P^2_{,,}$$

gebracht werde. Diesem analog hat man nun:

$$\left.\begin{aligned}
B'''_{,,} \cdot C_{,,} - B_{,,} \cdot C'''_{,,} &= A''' \cdot P^2_{,,};\\
B'_{,,,} \cdot C_{,,,} - B_{,,,} \cdot C'_{,,,} &= A' \cdot P^2_{,,,};\\
B''_{,} \cdot C_{,} - B_{,} \cdot C''_{,} &= A'' \cdot P^2_{,};\\
B_{,,,} \cdot C''_{,,,} - B''_{,,,} \cdot C_{,,,} &= A'' \cdot P^2_{,,,};\\
B_{,} \cdot C'''_{,} - B'''_{,} \cdot C_{,} &= A''' \cdot P^2_{,};\\
B_{,,} \cdot C'_{,,} - B'_{,,} \cdot C_{,,} &= A' \cdot P^2_{,,}.
\end{aligned}\right\} \quad \ldots (40)$$

Aus diesem Systeme erhält man noch zwei analoge, wenn man nur B und C mit A verwechselt.

16. Reducirt man den Ausdruck:

$$(B''_{,,,} \cdot C'' - B'' \cdot C''_{,,,});$$

so wird man finden, dafs er $= A_{,,,} \cdot P'^{/2}$ werde. Man hat folglich, diesem Ausdrucke analog:

$$\left.\begin{aligned}
B''_{,,,} \cdot C'' - B'' \cdot C''_{,,,} &= A_{,,,} \cdot P'^{/2};\\
B'''_{,} \cdot C''' - B''' \cdot C'''_{,} &= A_{,} \cdot P'''^{/2};\\
B'_{,,} \cdot C' - B' \cdot C'_{,,} &= A_{,,} \cdot P'^{/2};\\
B''' \cdot C'''_{,} - B'''_{,} \cdot C''' &= A_{,,} \cdot P'''^{/2};\\
B' \cdot C'_{,,,} - B'_{,,,} \cdot C' &= A_{,,,} \cdot P'^{/2};\\
B'' \cdot C''_{,} - B''_{,} \cdot C'' &= A_{,} \cdot P''^{/2}.
\end{aligned}\right\} \quad \ldots (41)$$

Aufser diesem Systeme existiren noch zwei ähnliche, die man hieraus unmittelbar erhält, wenn man nur B und C mit A vertauscht.

17. Der Ausdruck

$$(B'_{,,,} \cdot C'_{,,} - B'_{,,} \cdot C'_{,,,})$$

wird nach einigen leichten Reductionen auf die Form

$$N \cdot A' \cdot P'^{2}$$

zurückgebracht werden. Man wird daher haben:

$$\left.\begin{aligned} B'_{,,,} \cdot C'_{,,} - B'_{,,} \cdot C'_{,,,} &= N \cdot A' \cdot P'^{2}; \\ B''_{,} \cdot C''_{,,,} - B''_{,,,} \cdot C''_{,} &= N \cdot A'' \cdot P''^{2}; \\ B'''_{,,} \cdot C'''_{,} - B'''_{,} \cdot C'''_{,,} &= N \cdot A''' \cdot P'''^{2}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (42)$$

Diesem Systeme analog erhält man durch Vertauschung der Buchstaben B und C mit A noch zwei ähnliche.

Endlich findet man noch:

$$\left.\begin{aligned} B'''_{,} \cdot C''_{,} - B''_{,} \cdot C'''_{,} &= A_{,} \cdot P^{2}_{,}; \\ B'_{,,} \cdot C'''_{,,} - B'''_{,,} \cdot C'_{,,} &= A_{,,} \cdot P^{2}_{,,}; \\ B''_{,,,} \cdot C'_{,,,} - B'_{,,,} \cdot C''_{,,,} &= A_{,,,} \cdot P^{2}_{,,,}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (43)$$

Und neben diesem existiren noch zwei ihm analoge Systeme, die man durch Vertauschung der Buchstaben B und C mit A erhält.

18. Bisher haben wir die Entwicklungen nur solcher Zusammensetzungen aus den accentuirten Gröfsen ABC gegeben, welche sich als *Binomien* darstellen. Es ist interessant, auch noch einige Entwicklungen solcher Ausdrücke kennen zu lernen, welche sich als *Trinomien* darstellen. Diese werden insgemein durch schickliche Verbindungen der bereits entwickelten Binomien gefunden.

Wenn man von den drei Gleichungen des Systemes (21)

$$\left.\begin{aligned} A''_{,} &= A''' \cdot P'^{2} - A'' \cdot M'; \\ B''_{,} &= B''' \cdot P'^{2} - B'' \cdot M'; \\ C''_{,} &= C''' \cdot P'^{2} - C'' \cdot M'; \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (\alpha)$$

den beiden vorhergehenden Art. gebraucht wurde, den Ausdruck

$$(C_{,,} \,.\, B''_{,,} - B_{,,} \,.\, C''_{,,})$$

reducirt; so wird man finden, dafs dieser Ausdruck endlich auf die einfache Form

$$A'''_{,} \,.\, P^2_{,,}$$

gebracht werde. Diesem analog hat man nun:

$$\left.\begin{array}{l} B''_{,,} \,.\, C_{,,} - B_{,,} \,.\, C''_{,,} = A'''_{,} \,.\, P^2_{,,}; \\ B'_{,,,} \,.\, C_{,,,} - B_{,,,} \,.\, C'_{,,,} = A'_{,} \,.\, P^2_{,,,}; \\ B''_{,} \,.\, C_{,} - B_{,} \,.\, C''_{,} = A''_{,} \,.\, P^2_{,}; \\ B_{,,,} \,.\, C''_{,,,} - B''_{,,,} \,.\, C_{,,,} = A''_{,} \,.\, P^2_{,,,}; \\ B_{,} \,.\, C'''_{,} - B'''_{,} \,.\, C_{,} = A'''_{,} \,.\, P^2_{,}; \\ B_{,,} \,.\, C'_{,,} - B'_{,,} \,.\, C_{,,} = A'_{,} \,.\, P^2_{,,}. \end{array}\right\} \quad \ldots (40)$$

Aus diesem Systeme erhält man noch zwei analoge, wenn man nur B und C mit A verwechselt.

16. Reducirt man den Ausdruck:

$$(B''_{,,,} \,.\, C''_{,} - B''_{,} \,.\, C''_{,,,});$$

so wird man finden, dafs er $= A_{,,,} \,.\, P^{1/2}$ werde. Man hat folglich, diesem Ausdrucke analog:

$$\left.\begin{array}{l} B''_{,,,} \,.\, C''_{,} - B''_{,} \,.\, C''_{,,,} = A_{,,,} \,.\, P^{1/2}; \\ B'''_{,} \,.\, C'''_{,} - B'''_{,} \,.\, C'''_{,} = A_{,} \,.\, P^{1/2}; \\ B'_{,,} \,.\, C'_{,} - B'_{,} \,.\, C'_{,,} = A_{,,} \,.\, P^{1/2}; \\ B'''_{,} \,.\, C'''_{,,} - B'''_{,,} \,.\, C'''_{,} = A_{,,} \,.\, P^{1/2}; \\ B'_{,} \,.\, C'_{,,,} - B'_{,,,} \,.\, C'_{,} = A_{,,,} \,.\, P^{1/2}; \\ B''_{,} \,.\, C''_{,} - B''_{,} \,.\, C''_{,} = A_{,} \,.\, P^{1/2}. \end{array}\right\} \quad \ldots (41)$$

Aufser diesem Systeme existiren noch zwei ähnliche, die man hieraus unmittelbar erhält, wenn man nur B und C mit A vertauscht.

17. Der Ausdruck

$$(B'_{,,,} \,.\, C'_{,,} - B'_{,,} \,.\, C'_{,,,})$$

wird nach einigen leichten Reductionen auf die Form

$$N \,.\, A^{I} \,.\, P^{I,2}$$

zurückgebracht werden. Man wird daher haben:

$$\left.\begin{aligned} B'_{,,,} \,.\, C'_{,,} - B'_{,,} \,.\, C'_{,,,} &= N \,.\, A^{I} \,.\, P^{I,2}; \\ B''_{,} \,.\, C''_{,,,} - B''_{,,,} \,.\, C''_{,} &= N \,.\, A^{II} \,.\, P^{II,2}; \\ B'''_{,,} \,.\, C'''_{,} - B'''_{,} \,.\, C'''_{,,} &= N \,.\, A^{III} \,.\, P^{III,2}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (42)$$

Diesem Systeme analog erhält man durch Vertauschung der Buchstaben B und C mit A noch zwei ähnliche.

Endlich findet man noch:

$$\left.\begin{aligned} B'''_{,} \,.\, C''_{,} - B''_{,} \,.\, C'''_{,} &= A_{I} \,.\, P^{2}_{,}; \\ B'_{,,} \,.\, C'''_{,,} - B'''_{,,} \,.\, C'_{,,} &= A_{II} \,.\, P^{2}_{,,}; \\ B''_{,,,} \,.\, C'_{,,,} - B'_{,,,} \,.\, C''_{,,,} &= A_{III} \,.\, P^{2}_{,,,}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (43)$$

Und neben diesem existiren noch zwei ihm analoge Systeme, die man durch Vertauschung der Buchstaben B und C mit A erhält.

18. Bisher haben wir die Entwicklungen nur solcher Zusammensetzungen aus den accentuirten Gröfsen ABC gegeben, welche sich als *Binomien* darstellen. Es ist interessant, auch noch einige Entwicklungen solcher Ausdrücke kennen zu lernen, welche sich als *Trinomien* darstellen. Diese werden insgemein durch schickliche Verbindungen der bereits entwickelten Binomien gefunden.

Wenn man von den drei Gleichungen des Systemes (21)

$$\left.\begin{aligned} A''_{,} &= A^{III} \,.\, P^{III,2} - A^{II} \,.\, M^{I}; \\ B''_{,} &= B^{III} \,.\, P^{III,2} - B^{II} \,.\, M^{I}; \\ C''_{,} &= C^{III} \,.\, P^{III,2} - C^{II} \,.\, M^{I}; \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (\alpha)$$

die erste mit A'', die zweite mit B'', und die dritte mit C'' multiplicirt, und hierauf addirt, so erhält man:

$$A'' \,.\, A''_{,} + B'' \,.\, B''_{,} + C'' \,.\, C''_{,} = 0.$$

Dieser Gleichung analog hat man nun:

$$\left.\begin{aligned}
A'' \,.\, A''_{,} + B'' \,.\, B''_{,} + C'' \,.\, C''_{,} &= 0;\\
A''' \,.\, A'''_{,} + B''' \,.\, B'''_{,} + C''' \,.\, C'''_{,} &= 0;\\
A' \,.\, A'_{,,} + B' \,.\, B'_{,,} + C' \,.\, C'_{,,} &= 0;\\
A''' \,.\, A'''_{,,} + B''' \,.\, B'''_{,,} + C''' \,.\, C'''_{,,} &= 0;\\
A' \,.\, A'_{,,,} + B' \,.\, B'_{,,,} + C' \,.\, C'_{,,,} &= 0;\\
A'' \,.\, A''_{,,,} + B'' \,.\, B''_{,,,} + C'' \,.\, C''_{,,,} &= 0.
\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (44)$$

Multiplicirt man hingegen dieselben Gleichungen (α) respective mit $A_{,}$ $B_{,}$ $C_{,}$; so wird ihre Summe geben:

$$A_{,} \,.\, A''_{,} + B_{,} \,.\, B''_{,} + C_{,} \,.\, C''_{,} = 0.$$

Dieser Gleichung analog hat man nun folgende:

$$\left.\begin{aligned}
A_{,} \,.\, A''_{,} + B_{,} \,.\, B''_{,} + C_{,} \,.\, C''_{,} &= 0;\\
A_{,} \,.\, A'''_{,} + B_{,} \,.\, B'''_{,} + C_{,} \,.\, C'''_{,} &= 0;\\
A_{,,} \,.\, A'_{,,} + B_{,,} \,.\, B'_{,,} + C_{,,} \,.\, C'_{,,} &= 0;\\
A_{,,} \,.\, A'''_{,,} + B_{,,} \,.\, B'''_{,,} + C_{,,} \,.\, C'''_{,,} &= 0;\\
A_{,,,} \,.\, A'_{,,,} + B_{,,,} \,.\, B'_{,,,} + C_{,,,} \,.\, C'_{,,,} &= 0;\\
A_{,,,} \,.\, A''_{,,,} + B_{,,,} \,.\, B''_{,,,} + C_{,,,} \,.\, C''_{,,,} &= 0.
\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (45)$$

Multiplicirt man die Gleichung (α) respective mit $A_{,,}$, $B_{,,}$, $C_{,,}$; so gibt ihre Summe die Gleichung:

$$\left.\begin{aligned}
A_{,,} \,.\, A''_{,} + B_{,,} \,.\, B''_{,} + C_{,,} \,.\, C''_{,} &= -N \,.\, M'.\\
\text{Eben so ist:}&\\
A_{,,,} \,.\, A'''_{,} + B_{,,,} \,.\, B'''_{,} + C_{,,,} \,.\, C'''_{,} &= -N \,.\, M';\\
A_{,} \,.\, A'_{,,} + B_{,} \,.\, B'_{,,} + C_{,} \,.\, C'_{,,} &= -N \,.\, M'';\\
A_{,,,} \,.\, A'''_{,,} + B_{,,,} \,.\, B'''_{,,} + C_{,,,} \,.\, C'''_{,,} &= -N \,.\, M'';\\
A_{,} \,.\, A'_{,,,} + B_{,} \,.\, B'_{,,,} + C_{,} \,.\, C'_{,,,} &= -N \,.\, M''';\\
A_{,,} \,.\, A''_{,,,} + B_{,,} \,.\, B''_{,,,} + C_{,,} \,.\, C''_{,,,} &= -N \,.\, M'''.
\end{aligned}\right\} \quad (46)$$

Werden die Gleichungen (α) respective mit $A_{,,,}$, $B_{,,,}$, $C_{,,,}$ multiplicirt, und hierauf addirt, so erhält man:

$$A_{,,,} \cdot A''_{,} + B_{,,,} \cdot B''_{,} + C_{,,,} \cdot C''_{,} = N \cdot P^{,,2}.$$

Dieser Gleichung analog erhält man noch fünf andere, so dafs man nachstehendes System von Relationen erhalten wird:

$$\left.\begin{aligned}
A_{,,} \cdot A'_{,,,} + B_{,,} \cdot B'_{,,,} + C_{,,} \cdot C'_{,,,} &= N \cdot P^{,,2};\\
A_{,,,} \cdot A'_{,,} + B_{,,,} \cdot B'_{,,} + C_{,,,} \cdot C'_{,,} &= N \cdot P^{,,2};\\
A_{,} \cdot A''_{,,,} + B_{,} \cdot B''_{,,,} + C_{,} \cdot C''_{,,,} &= N \cdot P^{,,2};\\
A_{,,,} \cdot A''_{,} + B_{,,,} \cdot B''_{,} + C_{,,,} \cdot C''_{,} &= N \cdot P^{,,2};\\
A_{,} \cdot A'''_{,,} + B_{,} \cdot B'''_{,,} + C_{,} \cdot C'''_{,,} &= N \cdot P^{,,,2};\\
A_{,,} \cdot A'''_{,} + B_{,,} \cdot B'''_{,} + C_{,,} \cdot C'''_{,} &= N \cdot P^{,,,2}.
\end{aligned}\right\} \quad (47)$$

19. Wenn wir von den drei Gleichungen des Systems (3o):

$$\left.\begin{aligned}
N \cdot A''_{,} &= P^{2}_{,} \cdot A_{,,,} - M_{,,} \cdot A_{,};\\
N \cdot B''_{,} &= P^{2}_{,} \cdot B_{,,,} - M_{,,} \cdot B_{,};\\
N \cdot C''_{,} &= P^{2}_{,} \cdot C_{,,,} - M_{,,} \cdot C_{,};
\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (\beta)$$

die erste mit A''', die zweite mit B''', und die dritte mit C''' multipliciren, und hierauf addiren, so erhält man nachstehende:

$$A''' \cdot A''_{,} + B''' \cdot B''_{,} + C''' \cdot C''_{,} = P^{2}_{,}.$$

Dieser Gleichung analog hat man noch fünf andere, so dafs man folgendes System von Relationen erhalten wird:

$$\left.\begin{aligned}
A''' \cdot A''_{,} + B''' \cdot B''_{,} + C''' \cdot C''_{,} &= P^{2}_{,};\\
A'' \cdot A'''_{,} + B'' \cdot B'''_{,} + C'' \cdot C'''_{,} &= P^{2}_{,};\\
A''' \cdot A'_{,,} + B''' \cdot B'_{,,} + C''' \cdot C'_{,,} &= P^{2}_{,,};\\
A' \cdot A'''_{,,} + B' \cdot B'''_{,,} + C' \cdot C'''_{,,} &= P^{2}_{,,};\\
A'' \cdot A'_{,,,} + B'' \cdot B'_{,,,} + C'' \cdot C'_{,,,} &= P^{2}_{,,,};\\
A' \cdot A''_{,,,} + B' \cdot B''_{,,,} + C' \cdot C''_{,,,} &= P^{2}_{,,,}.
\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (48)$$

Wenn man dieselben Gleichungen (β) respective mit A', B', C' multiplicirt, und hierauf addirt, so wird man erhalten:

$$A' \,.\, A''_{,} + B' \,.\, B''_{,} + C' \,.\, C''_{,} = - M_{,,}.$$

Dieser Relation analog existiren noch fünf andere, und man wird nun nachstehendes System haben:

$$\left.\begin{array}{l} A'' \,.\, A'_{,,} + B'' \,.\, B'_{,,} + C'' \,.\, C'_{,,} = - M_{,}; \\ A''' \,.\, A'_{,,,} + B''' \,.\, B'_{,,,} + C''' \,.\, C'_{,,,} = - M_{,}; \\ A' \,.\, A''_{,} + B' \,.\, B''_{,} + C' \,.\, C''_{,} = - M_{,,}; \\ A''' \,.\, A''_{,,,} + B''' \,.\, B''_{,,} + C''' \,.\, C''_{,,,} = - M_{,,}; \\ A' \,.\, A'''_{,} + B' \,.\, B'''_{,} + C' \,.\, C'''_{,} = - M_{,,,}; \\ A'' \,.\, A'''_{,,} + B'' \,.\, B'''_{,,} + C'' \,.\, C'''_{,,} = - M_{,,,}. \end{array}\right\} (49)$$

20. Die in den beiden vorhergehenden Art. entwickelten Relationen lassen sich auch durch schickliche Verbindungen der in den Art. 13, 14, 15, 16, 17 gefundenen Gleichungen erhalten. So z. B. multiplicire man von den drei folgenden Gleichungen des Systemes (34):

$$\left.\begin{array}{l} A_{,} \,.\, M' = B''' \,.\, C''_{,} - C''' \,.\, B''_{,}; \\ B_{,} \,.\, M' = C''' \,.\, A''_{,} - A''' \,.\, C''_{,}; \\ C_{,} \,.\, M' = A''' \,.\, B''_{,} - B''' \,.\, A''_{,}; \end{array}\right\} \ldots\ldots (\gamma)$$

die erste mit A', die zweite mit B', die dritte mit C', und addire, so wird man haben:

$$N \,.\, M' = A''_{,} \,.\, (B' C''' - B''' C') + B''_{,} \,.\, (C' A''' - C''' A') + C''_{,} \,.\, (A' B''' - A''' B'),$$

d. i. $N \,.\, M' = - (A_{,,} \,.\, A''_{,} + B_{,,} \,.\, B''_{,} + C_{,,} \,.\, C''_{,})$, wodurch die erste der Gleichungen (46) zum Vorschein kommt.

Wir wollen jetzt die nämlichen Gleichungen (γ) respective mit $A_{,}$, $B_{,}$, $C_{,}$ multipliciren, und hierauf addi-

ren, so wird man haben:

$$P_{,}^{2} \cdot M' = A_{,}'' \cdot (B_{,} C''' - B''' C_{,}) + B_{,}'' \cdot (C_{,} A''' - C''' A_{,}) + C_{,}'' \cdot (A_{,} B''' - A''' B_{,})$$
$$= - [A_{,}'' \cdot A_{,}''' + B_{,}'' \cdot B_{,}''' + C_{,}'' \cdot C_{,}'''].$$

Hieraus ergibt sich nun das nachstehende System:

$$\left.\begin{aligned} A_{,}'' \cdot A_{,}''' + B_{,}'' \cdot B_{,}''' + C_{,}'' \cdot C_{,}''' &= - M' \cdot P_{,}^{2} \\ A_{,,}''' \cdot A_{,,}' + B_{,,}''' \cdot B_{,,}' + C_{,,}''' \cdot C_{,,}' &= - M'' \cdot P_{,,}^{2} \\ A_{,,,}' \cdot A_{,,,}'' + B_{,,,}' \cdot B_{,,,}'' + C_{,,,}' \cdot C_{,,,}'' &= - M''' \cdot P_{,,,}^{2} \end{aligned}\right\} (50)$$

Multiplicirt man die nämlichen Gleichungen (γ) respective mit $A_{,,}$, $B_{,,}$, $C_{,,}$, so gibt ihre Summe:

$$M' \cdot M_{,,,} = A_{,}'' \cdot (B_{,} C''' - B''' C_{,,}) + B_{,}'' \cdot (C_{,,} A''' - C''' A_{,,}) + C_{,}'' \cdot (A_{,,} B''' - A''' B_{,,})$$
$$= A_{,}'' \cdot A_{,,}''' + B_{,}'' \cdot B_{,,}''' + C_{,}'' \cdot C_{,,}'''.$$

Es existiren noch fünf dieser analoge Relationen, so dafs man nun nachstehendes System erhalten wird:

$$\left.\begin{aligned} M'' \cdot M_{,,,} &= A_{,}''' \cdot A_{,,}' + B_{,}''' \cdot B_{,,}' + C_{,}''' \cdot C_{,,}'; \\ M''' \cdot M_{,,} &= A_{,}'' \cdot A_{,,,}' + B_{,}'' \cdot B_{,,,}' + C_{,}'' \cdot C_{,,,}'; \\ M' \cdot M_{,,,} &= A_{,,}''' \cdot A_{,}'' + B_{,,}''' \cdot B_{,}'' + C_{,,}''' \cdot C_{,}''; \\ M''' \cdot M_{,} &= A_{,,}' \cdot A_{,,,}'' + B_{,,}' \cdot B_{,,,}'' + C_{,,}' \cdot C_{,,,}''; \\ M'' \cdot M_{,,} &= A_{,,,}' \cdot A_{,}''' + B_{,,,}' \cdot B_{,}''' + C_{,,,}' \cdot C_{,}'''; \\ M'' \cdot M_{,} &= A_{,,,}' \cdot A_{,,}''' + B_{,,,}' \cdot B_{,,}''' + C_{,,,}' \cdot C_{,,}'''. \end{aligned}\right\} (51)$$

21. Wenn wir auf gleiche Weise von den drei Gleichungen des Systemes (37):

$$A' \cdot M_{,} = B_{,,,} \cdot C_{,,}' - C_{,,,} \cdot B_{,,}';$$
$$B' \cdot M_{,} = C_{,,,} \cdot A_{,,}' - A_{,,,} \cdot C_{,,}';$$
$$C' \cdot M_{,} = A_{,,,} \cdot B_{,,}' - B_{,,,} \cdot A_{,,}';$$

die erste mit A', die zweite mit B', die dritte mit C' multipliciren, und hierauf addiren, so wird man haben:

$$P^{1/2} \cdot M_{,} = A'_{,,} \cdot (B' C_{,,,} - B_{,,,} C') + B'_{,,} \cdot (C' A_{,,,} - C_{,,,} A') + C'_{,,} \cdot (A' B_{,,,} - A_{,,,} B')$$
$$= - [A'_{,,} \cdot A'_{,,,} + B'_{,,} \cdot B'_{,,,} + C'_{,,} \cdot C'_{,,,}].$$

Dieser Relation analog hat man nun folgende Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} A'_{,,} \cdot A'_{,,,} + B'_{,,} \cdot B'_{,,,} + C'_{,,} \cdot C'_{,,,} &= - P^{1/2} \cdot M_{,} \\ A''_{,} \cdot A''_{,,,} + B''_{,} \cdot B''_{,,,} + C''_{,} \cdot C''_{,,,} &= - P^{1/2} \cdot M_{,,} \\ A'''_{,} \cdot A'''_{,,} + B'''_{,} \cdot B'''_{,,} + C'''_{,} \cdot C'''_{,,} &= - P^{1/2} \cdot M_{,,,} \end{aligned}\right\} (52)$$

22. Wenn man von den drei Gleichungen:

$$B''_{,} \cdot C_{,} - B_{,} \cdot C''_{,} = A'' \cdot P^{2}_{,};$$
$$C''_{,} \cdot A_{,} - C_{,} \cdot A''_{,} = B'' \cdot P^{2}_{,};$$
$$A''_{,} \cdot B_{,} - A_{,} \cdot B''_{,} = C'' \cdot P^{2}_{,};$$

welche sich aus den Relationen (40) ergeben, die erste mit A'', die zweite mit B'', und die dritte mit C'' multiplicirt, und hierauf addirt, so wird man erhalten:

$$P^{1/2} \cdot P^{2}_{,} = A''_{,} \cdot (C'' B_{,} - C_{,} B'') + B''_{,} \cdot (A'' C_{,} - A_{,} C'') + C''_{,} \cdot (B'' A_{,} - B_{,} A'')$$
$$= (A''^{2}_{,} + B''^{2}_{,} + C''^{2}_{,}).$$

Aufser dieser Relation gibt es noch fünf ihr analoge, so dafs man folgendes System von Gleichungen haben wird:

$$\left.\begin{aligned} A''^{2}_{,} + B''^{2}_{,} + C''^{2}_{,} &= P^{1/2} \cdot P^{2}_{,}; \\ A'''^{2}_{,} + B'''^{2}_{,} + C'''^{2}_{,} &= P^{1/2} \cdot P^{2}_{,}; \\ A'^{2}_{,,} + B'^{2}_{,,} + C'^{2}_{,,} &= P^{1/2} \cdot P^{2}_{,,}; \\ A'''^{2}_{,,} + B'''^{2}_{,,} + C'''^{2}_{,,} &= P^{1/2} \cdot P^{2}_{,,}; \\ A'^{2}_{,,,} + B'^{2}_{,,,} + C'^{2}_{,,,} &= P^{1/2} \cdot P^{2}_{,,,}; \\ A''^{2}_{,,,} + B''^{2}_{,,,} + C''^{2}_{,,,} &= P^{1/2} \cdot P^{2}_{,,,}. \end{aligned}\right\} \ldots (53)$$

23. Wenn man das Binomium

$$(C_{,,} \,.\, B''_{,,,} - B_{,,} \,.\, C''_{,,,})$$

entwickelt, so findet man, nach einigen sehr leichten Reductionen, dafür

$$(N \,.\, A_{,,,} - A'' \,.\, M_{,}) = (A' \,.\, M_{,,} + A''' \,.\, P^{2}_{,,,}).$$

Wenn man nun von folgenden, hieraus entspringenden analogen Relationen:

$$C_{,,} \,.\, B''_{,,,} - B_{,,} \,.\, C''_{,,,} = N \,.\, A_{,,,} - A'' \,.\, M_{,};$$
$$A_{,,} \,.\, C''_{,,,} - C_{,,} \,.\, A''_{,,,} = N \,.\, B_{,,,} - B'' \,.\, M_{,};$$
$$B_{,,} \,.\, A''_{,,,} - A_{,,} \,.\, B''_{,,,} = N \,.\, C_{,,,} - C'' \,.\, M_{,};$$

die erste mit A''', die zweite mit B''', die dritte mit C''' multiplicirt, und hierauf addirt, so wird man erhalten:

$$\left.\begin{aligned} &A''_{,,,} \,.\, A'''_{,,} + B''_{,,,} \,.\, B'''_{,,} + C''_{,,,} \,.\, C'''_{,,} = N^{2} - M' \,.\, M_{,}; \\ &\text{und dieser analog:} \\ &A'_{,,,} \,.\, A'''_{,} + B'_{,,,} \,.\, B'''_{,} + C'_{,,,} \,.\, C'''_{,} = N^{2} - M'' \,.\, M_{,,}; \\ &A'_{,,} \,.\, A''_{,} + B'_{,,} \,.\, B''_{,} + C'_{,,} \,.\, C''_{,} = N^{2} - M''' \,.\, M_{,,,}; \end{aligned}\right\} (54)$$

Die bisher entwickelten Relationen zwischen den accentuirten Gröfsen ABC und PMN werden uns jetzt weiter dazu dienen, um die gegenseitigen Beziehungen der Stücke PMN zu finden, welche ich Relationen der zweiten Classe genannt habe.

(Die Fortsetzung folgt.)

IV.

Über verschiedene Mangan-Präparate;

von

J. Bachmann.

a) Schwefelsaures Manganoxydul.

Es gibt verschiedene Methoden, dieses Salz darzustellen, nur wenige geben es ganz rein; da das natürliche in Handel, unter dem Namen Braunstein vorkommende Superoxyd, gewöhnlich mit Eisen, Blei, Kupfer, Kieselerde etc. verunreiniget ist, so mufs bei Bereitung des Salzes darauf Rücksicht genommen werden.

Manganoxyd hat die Eigenschaft, Kieselerde in seine Auflösungen mitzunehmen; diefs geschieht ungleich mehr bei vorwaltender Säure, als wenn die Lösung neutral ist, der ganze Gehalt derselben kann aber nur durch Verjagung aller Flüssigkeit und Wiederauflösen des Salzes davon entfernt werden. Hieraus folgt, dafs alle Bereitungsarten des schwefelsauren Manganoxyduls, bewerkstelliget durch unmittelbare Auflösung des Oxydes in Säure, kein reines schwefelsaures Salz geben können, in so fern man es mit einem kieselerdehältigen Oxyde zu thun hat.

Vom Eisen wird das Salz befreit, wenn man, wie die schon längst bekannte Methode lehrt, Mangansuperoxyd, oder auch das bei Bereitung des Sauerstoffgases erhaltene braune Oxyd mit concentrirter Schwefelsäure anrührt, und recht stark durchglüht (den halben Gewichtstheil Schwefelsäure auf einen Theil Mangansuperoxyd habe ich als das beste Verhältnifs gefunden). Das Salz wird selbst bei der Weifsglühhitze nur langsam zersetzt, es bedeckt sich mit braunem Oxyde, und unter

selbem findet man häufig unzersetztes Salz. Glüht man daher das mit Eisen verunreinigte lange genug durch, auf 36 Unzen Masse $^3/_4$ bis 1 Stunde, und laugt sie dann aus, so reagirt die Flüssigkeit mit Cyaneisenkalium gar nicht mehr auf Eisen, wobei indessen zu bemerken ist, dafs die Flüssigkeiten nicht zu concentrirt seyen, auch nicht zu viel Reagens hinzugegeben werde, weil sonst das sich mit weifser Farbe fällende Mangan die Reaction auf Eisen, falls nur Spuren davon vorhanden sind, undeutlich macht. Unterdessen habe ich wohl mehr als zwanzig Mal das Salz mit verschiedenem Braunstein auf diese Art bereitet, und es immer eisenfrei erhalten.

Ist das Salz rein, so gibt es mit *Hahnemann*'scher Weinprobe einen blafs ziegelrothen, oder, wenn die Lösung verdünnt war, einen weifsen Präcipitat; ist Eisen oder Kupfer zugegen, einen schwarzen Niederschlag; tröpfelt man nun etwas Salz oder Schwefelsäure hinzu, so wird das Eisen aufgelöst, während Schwefelkupfer ungelöst zurückbleibt, selbst wenn freie Säure (nur nicht in zu grofser Menge) zugegen ist, wird das Eisen durch Weinprobe angezeigt; dieſs geschieht nicht durch reines Schwefelwasserstoffgas, auch bemerkt man gar wohl, dafs zuerst Eisen, dann aber Mangan gefällt wird. In dieser Hinsicht, und auch wegen der schwarzen Farbe des Präcipitates, welche deutlicher erscheint als bei der Cyanverbindung, ziehe ich die Weinprobe vor. Hat man aber ein mit Eisen und Kupfer verunreinigtes Salz, so thut man am besten, die Flüssigkeit mit kohlensaurem Baryt zu digeriren; ist das Eisen als Oxydul darin enthalten, so fällt es erst nach einiger Zeit, indem es Sauerstoff aus der Luft anzieht, als Oxyd zu Boden. Vom Kupfer wird das Salz sehr leicht durch einen Strom Schwefelwasserstoff befreit.

Man hat vorgeschlagen, schwefelsaures Mangan

durch Glühen von Mangansuperoxyd mit 40 Proc. schwefelsauren Eisenoxydes zu bereiten (welchem Verhältnisse beiläufig $^1/_3$ Schwefelsäurehydrat entspricht); diese Methode gibt allerdings reines schwefelsaures Salz, hat aber keine Vorzüge vor der oben erwähnten, und ist wegen Anwendung des schwefelsauren Eisenoxydes, welches man sich doch erst bereiten mufs, umständlicher.

Enthält das Manganoxyd keine Kieselerde, so kann durch folgende Methode auch reines Salz gewonnen werden *): Mangansuperoxyd oder Oxyd wird mit der nöthigen Menge ganz fein gepulverter Kohle, am besten Kienrufs, innig gemengt, mit Öhl zu einem Teige angemacht, aus demselben Kugeln geformt, selbe zwischen Kohlenpulver gut eingefuttert, und dann einer $^1/_2$ bis 1stündigen Rothglühhitze ausgesetzt. Nach dem Erkalten des Tiegels werden die Kugeln heraus genommen, etwas zerrieben (was leicht geschieht, indem der Zusammenhang derselben sehr lose ist), das Pulver mit Wasser übergossen, und nun beiläufig die halbe Gewichtsmenge concentrirter Schwefelsäure nach und nach zugesetzt. Die Mischung erhitzt sich sehr stark, stärker als dieſs der Fall beim Mischen von Schwefelsäure und Wasser ist: nachdem die Flüssigkeit durch 24 Stunden ruhig gestanden, wird sie filtrirt; sie ist vom Eisen ganz frei.

Wird das Gemenge von Manganoxyd und Kohle für sich allein in einem lutirten Tiegel geglüht, so mifslingt manchmal die Operation, weil sich das Manganoxydul sehr leicht mit der Tiegelmasse vereiniget, und damit

---

*) Den gröfsten Theil dieser, und der noch zu erwähnenden Versuche, habe ich, durch die Güte des Freiherrn von *Jacquin*, in dem Universitäts-Laboratorium angestellt.

einen sehr harten, Glas ritzenden Körper bildet; dieſs geschieht besonders dann, wenn der Tiegel einer zu hohen Temperatur ausgesetzt wird; überdieſs ist auch das sich bildende Oxydul nicht so gut vor dem Zutritte der Luft geschützt. Wird nun das Pulver mit Wasser und Schwefelsäure übergossen, so verhindert der groſse Überschuſs von Manganoxydul theils die Auflösung des Eisens, theils schlägt er das schon aufgelöste nieder; die dabei frei gewordene Wärme verhindert die Einmischung des Oxydsalzes, wenn das Oxydul durch längeres Verweilen an der Atmosphäre zum Theil in Oxyd verwandelt worden wäre. Diese Methode ist, wie schon erinnert wurde, nur dann brauchbar, wenn das Oxyd frei von Kieselerde ist, im Gegentheile führt sie nicht zum Zwecke. Ist die Kieselerde in bedeutender Menge zugegen, so gelatinirt die Flüssigkeit während des Erkaltens, und ich fand manchen sogenannten Braunstein, dessen Auflösung nach dem Abkühlen zu einem festen Klumpen erstarrte; wird dann mehr Wasser zugesetzt und gut damit vermengt, so setzt sich nach einiger Zeit ein Theil der Kieselerde als Gelée ab.

Gestützt auf die Thatsache, daſs die Auflösungen des Mangans in Mineralsäuren vom Schwefelwasserstoff, wenn selbe sauer sind, gar nicht, und die neutralen Verbindungen nur in etwas zersetzt werden, versuchte ich das schwefelsaure Salz durch Auflösen von Schwefelmangan mit verdünnter Schwefelsäure zu bereiten; ich hoffte durch einen bedeutenden Überschuſs von Schwefelmangan das Eisen zu entfernen, und in dieser Hinsicht ein reines Salz zu gewinnen; allein so viel Mühe ich mir auch in dieser Hinsicht gab, so gelangte ich doch zu keinem befriedigenden Resultate.

Ist ein groſser Überschuſs von Schwefelmangan zugegen, so wird zwar der gröſste Theil des Eisens, nicht

aber die letzten Antheile desselben entfernt; nur ein Mal gelang es mir auf diese Art, ein ganz eisenfreies Salz zu erhalten, doch kann ich mich auf die näheren Umstände nicht mehr entsinnen. Da durch den entwickelten Schwefelwasserstoff das Eisen als Oxydul in der Lösung enthalten ist, so kann man den ganzen Gehalt von Manganoxydul bis zur Bildung von schwefelsaurem Manganoxydul-Ammoniak mittelst dieses Alkali fällen, ohne jedoch das Eisen dadurch zu entfernen; nur wenn die Lösung längere Zeit an der Luft gestanden, oxydirt es sich höher, und fällt dann als Oxyd zu Boden; werden einige Tropfen salpetrige Säure zugesetzt, so erlangt die Flüssigkeit eine schwarze Farbe durch höhere Oxydation des Mangans; diese Farbe verschwindet indessen zum Theil durch längeres Stehen an der atmosphärischen Luft, und gänzlich durch Erhitzen, und jetzt kann das Eisen vollständig gefällt werden. Setzt man der durch salpetrige Säure schwarz gefärbten Flüssigkeit während des Erhitzens Ammoniak zu, so scheidet sich Manganoxydul und Oxyd aus; ist so viel Alkali hinzugegeben worden, dafs sich fast nichts mehr herausfällt, so setzt sich nach kurzer Zeit, Ruhe, das Oxyd zu Boden; nimmt man etwas von der überstehenden heifsen Flüssigkeit in ein Probirglas, so ist sie im ersten Augenblicke völlig klar, sie wird aber bald trübe, und gibt einen braunen Bodensatz; reagirt man, während die Flüssigkeit noch heifs und klar ist, so findet man Eisen, diese Reaction verschwindet aber gänzlich nach dem Erkalten und darauf folgenden Klären.

Ich glaubte ferner dadurch das Eisen zu entfernen, dafs ich schwarzes Manganoxyd zusetzte (sowohl das durch Salpetersäure bereitete, als auch das durch Oxydation des Oxydulhydrats an der Luft erhaltene), so dafs sich ein Theil Sauerstoff des Oxydes mit dem Eisenoxy-

dul verbände, und das so entstandene Eisenoxyd von dem seine Stelle einnehmenden Manganoxydule gefällt würde; allein dieſs geschieht nicht so; nach einiger Zeit verlor zwar das Manganoxyd seine schwarze Farbe und die Flüssigkeit, wurde braun, trübe, dicklich, und lieſs sich äuſserst schwer filtriren, das Filtrat hatte eine reine gelbe Farbe, war anfangs klar, wurde aber bald trübe, hatte aber seinen Eisengehalt nicht verloren; es war demnach allen Anzeigen nach ein Oxyduloxydsalz entstanden. Nachdem sie sich durch acht Tage langes ruhiges Stehen nicht klären wollte, wurde sie mit Wasser verdünnt, und, um zu dem Oxydulsalze zurückgebracht zu werden, mit Schwefelwasserstoff in Berührung gebracht; es fällte sich nichts, auch verlor das suspendirte braune Wesen seine Farbe nicht. Hier zeigte sich recht deutlich die verschiedene Wirkungsart des reinen Schwefelwasserstoffes und der *Hahnemann*'schen Probeflüssigkeit; denn wurde etwas der Flüssigkeit während dem beständigen Durchströmen von Gas zugesetzt, so entstand sogleich ein schwarzer Präcipitat vom Schwefeleisen, der aber bald wieder verschwand.

Nachdem der Geruch von Hydrothionsäure nach einiger Zeit verschwunden war, blieb ein sehr starker und unverkennbarer Rettiggeruch zurück, welcher dem Niederschlage, welcher rostfarben aussah, selbst nach dem sorgfältigsten Aussüſsen und Trocknen anhing; da der Schwefelwasserstoff aus Schwefeleisen (bereitet durch Erhitzen von Eisenspänen, französischen Schwefelblumen und Wasser) entwickelt wurde, so könnte man daher auf einen Selengehalt im obbenannten Schwefel schlieſsen. Der erwähnte braune Präcipitat gab durch Digeriren mit Schwefelsäure an selbe braunes Manganoxyd ab, und änderte seine Farbe in Weiſs; nach dem Waschen, Trocknen und Glühen verhielt er sich als

reine Kieselerde. Die Flüssigkeit, aus welcher sich der braune Präcipitat absetzte, mit kohlensaurem Baryt in Berührung gebracht, gab nach einiger Zeit Eisenoxyd, und nach dem Eintrocknen und Wiederauflösen reines schwefelsaures Salz.

β) Schwefelmangan.

Ist schon sehr lange bekannt, und wird erhalten, wenn 100 Theile Mangansuperoxyd mit 75 Theilen Schwefel erhitzt werden. Wird die Operation in einem Kolben gemacht, so bemerkt man, dafs die Vereinigung nahe beim Glühen vor sich geht; es entweicht schwefelige Säure, etwas Schwefel sublimirt sich, während das Gefäfs mit einem dunkel orangefarben Gas erfüllt wird, und ein grünes Pulver, das Schwefelmangan, bleibt zurück. In einem lutirten Tiegel kann die Arbeit ebenfalls gemacht werden, doch darf die Hitze nicht zu hoch steigen, weil sonst Schwefel entweicht, und eine graue, körnige, sehr harte, aus Kieselerde, Thonerde und Schwefelmangan bestehende Masse gebildet wird. Das Hydrat dieses Sulfurides wird entweder aus dem essigsauren durch Fällung mit Schwefelwasserstoff, oder aus dem schwefelsauren mit Hydrothionammoniak erhalten, auch aus dem Doppelsalze; vom schwefelsauren Manganammoniak kann es zum Theil mittelst Schwefelwasserstoff gefällt werden; bringt man es auf ein Filtrum, und wäscht es, so wird es bald schwarz, und geht in Oxyd über; mit Ätzkalilauge entweder gekocht oder auch nur digerirt, färbt es dieselbe gelb; dieſs geschieht sowohl mit dem Hydrate, als auch mit dem durch Glühen erhaltenen; bleibt das Hydrat lange Zeit mit der Lauge in Berührung, so wird es oberflächlich grün; dieses kann entweder durch Entziehen des Wassers, oder, weil die Lauge nach und nach dunkler wird, durch Ent-

ziehen eines Theiles Schwefel (welches wahrscheinlicher ist) geschehen; da keine niedrigere Schwefelungsstufe bekannt ist, so reducirt sich vielleicht ein Theil Kali zu Kalium, es bildet sich Schwefelkalium, und das sogleich zu besprechende Oxysulfurid des Mangans. In freier Luft, heftig geglüht, wird es zersetzt, schwefelige Säure und Schwefeldämpfe entweichen, und es bleibt braunrothes Oxyd zurück, welches, mit Säure übergossen, nicht eine Spur von Schwefelwasserstoff gibt. Die nämliche Zersetzung tritt ebenfalls ein, wenn man Schwefelmangan noch heifs gleich nach der Bereitung der Luft aussetzt; zerbricht man den losen Klumpen, welcher gewöhnlich erhalten wird, so verglimmt es öfters sehr lebhaft zum Oxyde.

Herr *Arfwedson* hat eine Verbindung von Schwefelmangan mit Manganoxydul entdeckt; da ich mir die Abhandlung darüber nicht verschaffen konnte, sondern nur wufste, dafs selbe durch Darüberleiten von Wasserstoff über glühendes schwefelsaures Salz erhalten wird, wobei Wasser und schwefelige Säure entweichen, so stellte ich zu meiner Belehrung einige Versuche an. Über ganz fein gepulvertes schwefelsaures Manganoxydul, welches vorher bis zum Braunrothglühen erhitzt war, wurde in einer Röhre Wasserstoff geleitet; nachdem die atmosphärische Luft vertrieben war, wurde die Röhre bis zum Glühen erhitzt; man sieht die Zersetzung bald eintreten, das Salz verliert seine weifse Farbe und wird grün, nicht nur Wasser und schwefelige Säure, sondern auch Schwefelwasserstoff entweichen, und Schwefel sublimirt sich; ist das Salz fein gepulvert, und vorher nicht ausgeglüht worden, so wird etwas Salz mit fortgerissen. Nachdem der Wasserstoff geruchlos, oder wenigstens nur mit dem, nach Art seiner Bereitung, ihm eigenthümlichen Geruche übergeht, ist die Arbeit beendiget. Am

besten geschieht sie in einer Porzellanröhre, weil gläserne Röhren selten aushalten, sondern schmelzen, und so mit dem Versuch verderben. Das in der Röhre Enthaltene hat eine sehr schöne dunkelgrüne Farbe, besitzt ganz den losen Zusammenhang und das Äufsere des Schwefelmangans. Mit Wasser in Berührung bedeckt es sich bald mit braunem Oxyde, mit Essigsäure längere Zeit stehen gelassen (ein bis zwei Monate) wird die Flüssigkeit dicklich, hat einen zusammenziehenden, bitteren, hintennach süfslichen Geschmack, mit Wasser verdünnt bleibt am Boden Schwefelmangan, sie enthält essigsaures als auch schwefelsaures Manganoxydul.

Was die relative Menge der Bestandtheile des Oxysulfurides betrifft, so ist dieselbe ohne Schwierigkeit auszumitteln. Wenn 100 Th. Oxysulfurid entweder unmittelbar oder auch mittelbar (durch Glühen desselben und darauf folgendes Anrühren des braunen Oxydes mit Schwefelsäure) in schwefelsaures Manganoxydul verwandelt werden, so erhält man 189 desselben; dieser Menge entsprechen aber 99 Theile Schwefelsäure, daher mufs, weil sich der Schwefel zum Sauerstoff verhält wie 20·1 zu 10, $\frac{20{\cdot}1}{10}(99-89) = 20{\cdot}1$ die in denen 100 Th. enthaltene Menge Schwefel seyn; dieser entsprechen aber 55·6 Schwefelmangan, folglich bleiben für das Oxydul 44·4; dieses Verhältnifs kommt dem von 1 Atom Schwefelmangan und 1 Atom Manganoxydul sehr nahe, denn man hat 1 Atom Schwefelmangan = 55·6, und 1 Atom Manganoxydul = 45·5, also

Berechnung.	Versuch.			
54·99	55·6	Mg.S,	daher	70·227 Mangan,
45·01	44·4	Mg,		19·882 Schwefel,
100·00	100·0			9·891 Sauerstoff.
				100·000.

Noch habe ich den Schwefel auf eine andere Art bestimmt, gröfstentheils um mich über eine in mehreren Lehrbüchern enthaltene Angabe, dafs das durch Schwefelwasserstoff aus einer Lösung gefällte Schwefelkupfer ($CupS^2$) beim Zutritte der Luft sehr schnell in schwefelsaures Kupferoxyd übergehe, auch nur bei verhindertem Luftzutritte getrocknet werden könne, zu belehren. 100 Th. Oxysulfurid wurden mit einer mit etwas Schwefelsäure versetzten Lösung von schwefelsaurem Kupferoxyde übergossen, die Zersetzung ging sogleich und ganz ruhig vor sich, das erhaltene schwarze Schwefelkupfer wurde auf einem gewogenen Filtrum sorgfältig gewaschen, und dann in freier Luft, unter Anwendung von etwas Wärme, getrocknet, welches binnen 24 Stunden Statt fand; das erhaltene Schwefelkupfer, jetzt von grünlichem Ansehen, wog 55·75 Th. Es wurde mit Wasser gekocht; das Filtrat gab mit Schwefelwasserstoff, Cyaneisenkalium und Chlorbarium, blofs nach fünf bis sechs Minuten, Spuren von schwefelsaurem Kupfer zu erkennen. — Durch die erhaltene Menge Schwefelkupfer wird übrigens die obige Angabe über das Verhältnifs des Schwefels bestätiget.

V.

Fortschritte der Physik in der neuesten Zeit.

A. Physikalische Chemie *).

1. Über die Wirkung des Jods auf die Kieselflufssäure. Von *Varvinsky*.

(Annals of phil. Decemb. 1827.)

Hr. *Varvinsky* liefs in einen mit Jodgas gefüllten Recipienten kieselflufssaures Gas, so wie es sich aus einer Retorte entwickelte, treten, und fand, dafs sich das Innere des Recipienten mit einer weifsen Kruste beschlug. Nach dem Aufhören der Wechselwirkung wurde Wasser in den Recipienten gegossen, wodurch sich Siliciumoxyd niederschlug, während eine von überschüssiger Jodine gelblich gefärbte Flüssigkeit erhalten wurde, die nach dem Verdünsten farbenlos erschien. Kohlenstoffsäuerliches Ammoniak schlug daraus unter Kohlenstoffsäuregasentwickelung Siliciumoxyd nieder; die Flüssigkeit verlor durchs Verdünsten ihr Ammoniak, reagirte sauer, und setzte bei fernerer Verdünstung goldgelbe Krystalle ab, welche saure Eigenschaften besafsen, mehr im heifsen als im kalten Wasser löslich waren, und mit concentrirter Kaliumoxydlösung ein gallertartiges, sehr unangenehm schmeckendes Salz bildeten.

Die Lösung des erhaltenen kryst. sauren Körpers wurde, jedoch nur unter Mitwirkung von Wärme, von salpetersaurem Baryumoxyd gefällt, und Stärkekleister machte sie erst auf Zusatz von Schwefelsäure blau, woraus man schliefsen könnte, dafs diese Krystalle eine Doppelsäure, bestehend aus Jod- und Flufssäure, sind. Bei

*) Bearbeitet von *J. Planiawa.*

fernerer Untersuchung überzeugte sich Hr. *Varvinsky*, dafs sie kein Ammoniak in ihrer Mischung enthalten, und flüchtig sind.

2. Über Salpetersäure und ein eigenthümliches schwefelsaures Salz. Von *R. Phillips*.

Um sich eine möglichst concentrirte Salpetersäure zu bereiten, vermischte Hr. *Phillips* 70 Theile salpetersauren Kaliumoxyds mit seinem gleichen Gewichte Schwefelsäurehydrats. Nach einer achtstündigen Destillation erhielt er 46,13 Theile einer gelblichen Säure von 1,5033 spec. Gew. bei 60° Fahrenh., die sich bei der Untersuchung mittelst kohlenstoffsäuerlichen Calciumoxyds als aus 80,16 Th. wirklicher Säure, und 19,84 Th. Wassers bestehend erwies.

Diese Zusammensetzung der Säure entspricht

		in 100 Gthlen.
2 stöch. Anth. Salpetersäure	= (54×2=) 108	oder 80.
3 » » Wasserstoffoxyds	= (9×3=) 27	» 20.
1 stöch. Antheil Salpetersäurehydrats	= 135	» 100.

Das in der Retorte zurückgebliebene Salz wurde mit seinem gleichen Gewichte heifsen Wassers, ohne es jedoch bis zum Aufwallen zu erhitzen, behandelt, und lieferte nach dem Auskühlen der Flüssigkeit sehr kleine asbestähnliche Fäden, die sich bei der Analyse mittelst Chlorbaryums und Rothglühhitze folgendermafsen zusammengesetzt erwiesen:

		In 100 Thl.	n. d. Versuche.
3 stöch. Anth. Schwefelsäure	= (40×3=) 120	= 53,33 . .	52,45.
2 » » Kaliumoxyds	= (48×2=) 96	= 42,66 . .	42,80.
1 » » Wassers . .	= . . . 9	= 4,00 . .	4,75.
1 stöch. Antheil des neuen Salzes	= 225	= 100,00 .	100,00.

Diesemnach läfst sich dieses Salz auch als eine Mischung aus zwei stöch. Antheilen schwefelsauren Ka-

liumoxyds und 1 stöch. Antheile Schwefelsäurehydrats bestehend, betrachten. Hr. *Phillips* fand es überdiefs schwer, dieses Salz, welches er mit Recht anderthalb schwefelsaures Kaliumoxyd nennt, ganz frei von dem doppelt schwefelsauren Salze darzustellen.

B. Meteorologie.

1. Über den Hagel und die Hagelableiter. Von *Arago.*

(Annuaire du Bureau des longitudes, 1828.*)*

Arago hat in der angezeigten Quelle eine Abhandlung über das Entstehen des Hagels und die Hagelableiter bekannt gemacht. Wiewohl in dieser Abhandlung, was den Gegenstand selbst betrifft, keine neuen Thatsachen und keine neue Theorie vorkommt, so halte ich es doch für nothwendig, die Substanz derselben hier mitzutheilen, weil es in einem Gegenstande, der so wichtig und so unentschieden zugleich ist, ein nicht gemeines Interesse haben mufs, die Meinung eines Gelehrten von dem Range, wie ihn *Arago* behauptet, zu hören.

Arago beschreibt in dieser Abhandlung die Phänomene des Hagels mit ihren Nebenumständen, setzt dann die sinnreiche Theorie *Volta's* über sein Entstehen aus einander, zeigt ihre schwachen Seiten, und beurtheilt darnach, was von Hagelableitern zu halten sey.

Der Hagel, sagt *Arago*, bildet sich hauptsächlich im mittägigen Frankreich, in Italien, Spanien etc. im Frühlinge und Herbst in den wärmsten Stunden des Tages. In Europa fällt er fast immer bei Tage, doch gibt es auch Fälle, wo er des Nachts fällt. So fiel der Hagel, welcher im August 1787 in der Umgebung des Comosees eine Strecke von 30 M. Länge und 20 M. Breite verwüstete, zu Mitternacht. Dasselbe war mit dem Hagel der

Fall, welcher im August 1778 in Italien fiel, und ein anderer im Juli 1806 begann mit Tagesanbruch zu fallen. Er geht meistens dem Gewitterregen vorher, begleitet ihn aber auch manchmal, nie oder fast nie folgt er auf ihn, besonders wenn dieser Regen etwas anhaltend ist.

Die Hagelwolken haben viel Tiefe, und unterscheiden sich von anderen Gewitterwolken durch ihre merkwürdige Aschfarbe; sie sind an den Rändern vielfach zerrissen, haben an ihrer Oberfläche hie und da unregelmäfsige Hervorragungen, und scheinen aufgedunsen. Sie sind gemeiniglich nicht hoch über der Erde. Dieses beweiset der Umstand, dafs es selten hagelt, ohne zu donnern, und dafs sich daher beide Meteore in derselben Höhe ausbilden, aber der Donner, welcher sich beim Hageln hören läfst, folgt meistens 1 — 2 Secunden nach dem Blitze, so dafs die Donnerwolke nur 300 — 700 Met. entfernt seyn kann; auch hat man schon öfter die Erfahrung gemacht, dafs eine Wolke, die bald darauf Hagel herabschüttete, wie ein dichter Schleier Thäler bedeckte, während die benachbarten Hügel heiteren Himmel über sich hatten, und eine gemäfsigte Temperatur genossen.

Beim Annähern eines Hagels ändert sich die Luftelectricität sehr oft schnell hinter einander, nicht blofs in Betreff ihrer Stärke, sondern auch in Betreff ihrer Natur (ihres Zeichens), wie man mittelst eines Electrometers erfährt; nicht selten schlägt sie innerhalb einer Minute 10 — 12 Mal vom Positiven ins Negative, und umgekehrt um. Manchmal hört man vor dem Hagelfall ein Geräusch, als würden Nüsse in einem Sack geschüttelt.

Die Gestalt der Hagelkörner ist sehr verschieden, doch haben alle etwas Gemeinschaftliches an sich. Fast

immer bemerkt man in der Mitte der Hagelkörner einen schwammigen Schneekern, der allein am ganzen Korn undurchsichtig ist, während die ganze Umhüllung desselben transparent erscheint, wie gewöhnliches Eis. Man mufs daher annehmen, dafs der Kern auf eine andere Weise sich bilde, als das Äufsere des Hagels. Manchmal fallen auch grofse Körner, die in der Mitte einen Schneekern haben, der abwechselnd von durchsichtigen und undurchsichtigen Schichten eingeschlossen ist. Der wenig consistente Hagel, der in gewissen Jahreszeiten bei vorübergehenden schwachen Gewittern fällt, ist ein Mittelding zwischen Schnee und Hagel. Er fällt in den mittägigen Gegenden nie im Sommer. Es gibt noch eine dritte Art des Hagels, der ganz kernlos erscheint, er ist klein, wie der vorhergehende, aber durchsichtig. Man nimmt an, er entstehe aus Regentropfen, die, von einer Wolke kommend, auf ihrem Wege durch eine noch tiefer schwebende gehen müssen.

Um die Erklärung des Hagels, die man aufgestellt hat, prüfen zu können, mufs man das Gewicht der gröfsten Hagelkörner kennen, die je gefallen sind. In folgendem Verzeichnisse kommen Beobachtungen über diesen Gegenstand vor, jedoch sind nur solche aufgenommen worden, deren Wahrheit von einem bekannten Physiker bezeugt wird.

Am 29. April 1697 fielen in Flintshire nach *Halley's* Bericht Hagelkörner von 5 Unzen Gewicht.

Am 4. Mai desselben Jahres mafs *R. Taylor* zu Hatschin in Hartfordshire Hagelkörner, die 14 Z. im Umfange, mithin einen Durchmesser von 4 Z. hatten.

Parent, Mitglied der Academie der Wissenschaften, berichtet, dafs am 15. Mai 1703 faustgrofse Hagelkörner in Persche gefallen sind.

Am 11. Juli 1753 sammelte *Montignot* zu Toul Ha-

gelkörner von polyëdrischer Gestalt von fast 3 Z. im Durchmesser. Jedes Stück bestand aus mehreren kleineren Körnern, die im Herabfallen zusammenbackten.

Während eines Gewitters, das am 7. Juli 1769 zu Paris um 6 Uhr Abends bei einem Westwind niederging, bemerkte *Adanson* in der ersten halben Stunde 6 L. lange, 3 L. breite pyramidale Körner mit 6 Flächen. Als aber der Wind in Nordost umschlug, nahmen diese Körner die Gestalt von Menisken an, die 9 L. im Durchmesser hatten, von einer Seite convex, von der andern concav waren. Sie waren so durchsichtig und regelmäfsig, dafs sie die Gegenstände ohne Entstellung vergröfserten.

In dem oben genannten Gewitter, welches die Stadt Como und ihre Umgebung in der Nacht vom 19ten auf den 20. August 1787 traf, fielen Hagelkörner so grofs wie Hühnereier. Mehrere hatten ein Gewicht von mehr als 9 Unzen. *Volta* selbst gibt diese Zahlen an.

Delcros erzählt, er habe oft pyramidale Hagelkörner bemerkt, die aus Strahlen bestanden, welche vom Mittelpuncte gegen den Umfang hinliefen, und von einer krummen Fläche begrenzt waren, als wären sie Kugelstücke. Am 14. Juli 1819 Nachts sammelte *Delcros* zuerst bei einem Gewitter, welches das westliche Frankreich hart hernahm, mehrere ganze Körner, worin er einen opaken weifsen Kern mit Spuren von concentrischen Schichten bemerkte, die von aufsen von zwölf grofsen Pyramiden begrenzt waren, zwischen welchen kleinere Pyramiden eingeschaltet waren. Das Ganze bildete eine kugelförmige Masse von beinahe 9 Centim. im Durchmesser.

Es fand vielleicht nie in irgend einem Lande ein Hagelfall Statt, dessen Wirkungen verheerender waren, und den merkwürdigere Umstände begleiteten, als jener ist, den *Tessier* vom Jahre 1790 berichtet. Das Gewitter

begann im mittägigen Frankreich Morgens am 13. Juli 1788, durchstreifte in weniger als einer Stunde das ganze Königreich der Länge nach, und erstreckte sich auch über die Niederlande und über Holland. Die vom Hagel getroffenen Ländereien lagen in zwei parallelen Strichen von Südwest nach Nordost, einer davon war 175 M., der andere 200 M. lang. Die mittlere Breite des westlichen Streifens betrug 4 M., die des anderen 2 M. Auf den zwischen beiden gelegenen Streifen fiel kein Hagel, sondern nur häufiger Regen; er war 5 L. breit. Sowohl an der Ostseite des östlichen behagelten Streifens, als auch an der Westseite des westlichen fiel viel Wasser herab; überall ging dem Ausbruche eine tiefe Dunkelheit voraus, selbst an den vom Hagel verschonten Theilen.

Aus einer Vergleichung der Stunden, wo der Hagel an verschiedenen Stellen fiel, findet man, dafs das Gewitter in einer Stunde 16 1/2 M. von Mittag gegen Mitternacht zurücklegte, und dafs an beiden Streifen dieselbe Geschwindigkeit herrschte. Am westlichen Streifen hagelte es in Tourain bei Loches um 6 1/2 Uhr früh, zu Chartres um 7 1/2 U., zu Rambouillet um 8 U., zu Pontoise um 8 1/2 U., zu Clermont um 9 U., zu Douai um 11 U., zu Courtray um Mitternacht, zu Flessing um 1 1/2 U.

Im östlichen Streifen erreichte das Gewitter Artenay bei Orléans um 7 1/2 Uhr früh, Andonville um 8 U., die Vorstadt Saint-Antoine zu Paris um 8 1/2 U., Crespy um 9 1/2 U., Câteau-Cambrésis um 11 U., Utrecht um 2 1/2 U. Überall dauerte der Hagelfall nur 7 — 8 Minuten. Die Körner hatten nicht überall dieselbe Gestalt, einige waren rund, andere lang und spitzig, die gröfsten wogen 1/2 Pfund.

Nach dieser Zusammenstellung geht *Arago* auf die

Darstellung der *Volta*'schen Theorie des Hagels über, und beschäftiget sich eigens damit, wie nach dieser Theorie die Bildung des Körpers, die Einhüllung desselben vor sich geht, und worin die Kraft ihren Sitz hat, durch welche Eismassen von 3 — 4 Unzen, ja selbst von einem halben Pfunde Stunden lang in der Luft schwebend erhalten werden; warum die Luftelectricität so intensiv ist und so oft ihr Zeichen ändert, während der Himmel mit Hagelwolken bedeckt ist. *Arago's* Darstellung ist sehr ausführlich, ich glaube mich aber kürzer fassen zu dürfen, weil *Volta's* Theorie ohnehin gröfstentheils bekannt ist. (Siehe meine Naturlehre, 2. Aufl., S. 679.)

Die Ursache der Erkältung, wodurch in der wärmsten Jahreszeit in sehr tief schwebenden Wolken der Hagelkern sich bildet, sucht *Volta, Guyton-Morveau* etc. in der Verdünstung. Die Wolken bestehen nach der Ansicht dieser Gelehrten aus sehr kleinen Wasserbläschen, und diese müssen mitten im Sommer selbst gegen Mittag an der oberen Wolkenseite stark verdünsten, weil sie das intensive Sonnenlicht trifft, und sie in sehr trockener Luft schweben. Auch die in Wolken stets vorhandene Electricität mufs diese Verdünstung noch verstärken, denn der Erfahrung gemäfs verdünstet eine electrisirte Flüssigkeit leichter als eine im natürlichen Zustande befindliche. Nach *Volta's* Ansicht wird endlich die Verdünstung durch die Bläschenform noch begünstiget. Die damit verbundene Erkältung bringt die Bläschen dahin, dafs sie in Eis übergehen, und so den ersten Anfang zum Hagel bilden. Vor *Volta* nahmen die Physiker an, dafs sich dieser Kern beim Herabfallen durch den wässerigen Beschlag, den er aus der feuchten Atmosphäre aufnimmt, bis zum unten anlangenden Hagelkern vergröfsere; da aber die Hagelwolken immer sehr tief schweben, und daher der Hagel gewifs

nicht über eine Minute braucht, um auf die Erde zu gelangen, so ist es wohl nicht begreiflich, wie ein kleiner Kern selbst in sehr feuchter Luft bis zur Gröfse eines Hühnereies anwachsen soll. Darum nahm *Volta* an, der schon gebildete Hagel bleibe in der Luft 5,16 bis 15 M., ja selbst Stunden lang schweben. In der Erklärung der Möglichkeit dieses Schwebenbleibens liegt das Neue und Sinnreiche der *Volta*'schen Hypothese. Dieser Erklärung liegt ein electrischer Versuch zum Grunde, der den Namen des electrischen Tanzes führt. So wie bei diesem bekannten Phänomen leichte Körper zwischen einer electrischen und einer im natürlichen Zustande befindlichen oder mit entgegengesetzter Electricität versehenen Platte hin und her hüpfen, indem sie von ersterer abwechselnd angezogen und abgestofsen werden, eben so geht dieses mit den Hagelkernen zwischen zwei über einander befindlichen Wolken, wovon die obere stets electrisch seyn mufs, während die untere entgegengesetzt Electricität haben, oder auch sich im unelectrischen Zustande befinden kann. Bei dem Oscilliren zwischen diesen zwei Wolken setzt sich an die Hagelkerne beständig neue Flüssigkeit an, friert und bildet die concentrische Einhüllung derselben, wodurch sie zu der Gröfse anwachsen können, welche die Erfahrung am Hagel zeigt.

Die Annahme zweier Wolkenschichten über einander hat keine Schwierigkeit; man sieht ja oft, dafs solche Schichten von Winden nach verschiedenen, oft gerade einander entgegengesetzten Richtungen getrieben werden, mithin eine verschiedene Höhe haben müssen. Eben so zeigt das Daseyn solcher Schichten der Umstand, dafs vor einem Gewitter kleine isolirte Wölkchen sich am Himmel befinden, die manchmal unbeweglich dastehen, nicht selten aber mit Heftigkeit unter ande-

ren, an Farbe und Gröfse verschiedenen Wolken fortgetrieben werden. In derselben Gewitterwolke können sich Parthien von entgegengesetzter Electricität befinden, denn *Volta* selbst hat bemerkt, dafs oft die Wolkenelectricität in einer Minute bis vierzehn Mal ihr Zeichen ändere. Man kann sich auch das Entstehen solcher zwei Wolkenschichten leicht erklären. Wenn auf eine schon vorhandene Wolke Sonnenstrahlen fallen, so entwickeln sie an ihrer oberen Fläche viele Dünste, diese sättigen die trockene Luft der nächsten Umgebung, gerathen aber beim Aufsteigen in kältere Schichten, wo sie wieder in Bläschen überzugehen gezwungen werden, und so eine höhere Wolkenschichte bilden. Die obere durch Condensation entstandene Schichte mufs positivelectrisch seyn, weil unseren Erfahrungen gemäfs die Zersetzung der Dünste mit Entwickelung positiver Electricität verbunden ist; die untere sollte, ihrem Entstehen nach, dieselbe Electricität besitzen, allein weil die entstehenden Dünste selbst positiv-electrisch sind, so mufs in der Wolke negative Electricität zurückbleiben.

Dieser sinnreichen Theorie haben nicht alle Physiker ihre Beistimmung gegeben, und selbst in Italien haben sie sogar *Volta's* Schüler, z. B. *Bellani*, angefochten. Was man ihr entgegensetzt, ist folgendes: Zuerst ist es schwer zu begreifen, wie Sonnenstrahlen oder eine andere Wärmequelle die Verdünstung einer Flüssigkeit anfachen können, ohne eine Erwärmung hervorzubringen, denn das Erwärmen ist doch kein Erkältungsmittel. Wickelt man zwei Thermometerkugeln in nasse Leinwand, und setzt sie der freien Luft so aus, dafs eine im Schatten, die andere im Sonnenlichte sich befindet, so bemerkt man wohl an letzterer eine stärkere Verdünstung, aber der Stand der Quecksilbersäule zeigt an derselben eine höhere Temperatur an, als an der anderen. Da nach

Volta das Sonnenlicht zur Bildung der Hagelkerne unentbehrlich ist, so mufs der Hagel, welcher etwa um 3 oder 4 Uhr früh fällt, wenigstens 10 — 12 Stunden lang zwischen zwei electrischen Wolken oscillirt haben; allein während dieser Zeit hätte der Hagel die Electricität der Wolken gewifs ausgleichen müssen. Einen noch mehr directen Beweis der Unzulänglichkeit der *Volta*'schen Erklärung findet *Bellani* in einem Gewitter, das im Juli 1806 vor Sonnenaufgang ausbrach, und eine ungeheure Menge Hagel fallen liefs, und doch konnte er am Abende vorher am ganzen Horizont keine Spur eines Gewitters bemerken. Diese Puncte sprechen gegen die Richtigkeit der Basis der *Volta*'schen Theorie, aber auch im weiteren Verlaufe derselben kommen noch Schwächen vor. Die Theile einer Wolke sind so beweglich, dafs es schwer begreiflich wird, wie sie beim Hin- und Herspringen der Hagelkörner allein unbeweglich bleiben können, man sollte eher glauben, die Kraft, welche die Oscillation jener Körner unterhält, müsse auch eine schnelle Vereinigung der zwei Wolkenschichten bewirken, zwischen welchen die Oscillationen vor sich gehen sollen. Das Experiment, der electrische Tanz genannt, fordert zum Gelingen zwei feste Platten; ersetzt man eine derselben durch eine Wasserschichte, wie *Bellani* gethan hat, so hört der Tanz auf, der hüpfende Körper dringt nach der ersten Oscillation in die Flüssigkeit ein, und verläfst sie nicht wieder. Bei den Wolken müfste dasselbe Statt finden, die Körner müfsten vermöge ihrer Geschwindigkeit in die Wolke eindringen, die Repulsion hätte ein Ende, und es müfsten deren von Zeit zu Zeit herabfallen. Allein der Hagelfall beginnt plötzlich und dauert nicht lange.

Fände die von *Volta* angenommene Oscillation wirklich Statt, so müfsten sie doch Reisende, die sich oft

in der Höhe befanden, wo sie existiren sollte, wahrgenommen haben; auch müfste der Hagel beim Aufsteigen oft in Örter gerathen, wohin er beim Herabfallen nie gelangen könnte, z. B. unter ein Dach oder einen hervorragenden Felsen, und doch hat man noch nie etwas der Art wahrgenommen. *Bellani* führt noch einen besonderen Umstand an. Sollten, sagt er, die Gewitterwolken eine so starke anziehende Kraft besitzen, dafs sie Massen von 8 — 12 Unzen Stunden lang im Oscilliren erhalten könnten, so müfsten auch durch eine einzige Wolke Staub und selbst ziemlich grofse Steine von der Erde gehoben werden können, und beim Herabfallen noch mehrere Verwüstungen verursachen, als es der Hagel zu thun vermag.

Es ist also die *Volta*'sche Theorie nicht genügend, und doch haben die Vertheidiger der Hagelableiter die Gründe zu Gunsten derselben von dieser Ansicht *Volta's* hergenommen. Sollten aber selbst nach *Volta's* Ansicht diese Ableiter nicht mehr schädlich als nützlich seyn? Denn wenn eine ausgebildete Gewitterwolke durch den Wind in eine Gegend getrieben wird, wo sich Hagelableiter befinden, und die vorausgesetzte Wirkung derselben wirklich vorhanden ist, so mufs dadurch der electrische Zustand der Wolke so geändert werden, dafs sie den Hagel fallen lassen mufs. In Italien, Savoyen, im Canton de Vaud, selbst in der Umgebung von Paris errichtet man in den Weinbergen verticale Stangen. Einige versehen sie oben mit einer kupfernen Spitze, und leiten einen Metalldraht herab in die feuchte Erde, Andere behalten die Spitze bei, und nehmen den Leitungsdraht weg, Andere wenden gar nur die blofse Stange an, und doch sollen ungeachtet dieser wesentlichen Verschiedenheiten alle Ableiter gleich gut wirken, und nie, sagt man, sey ein damit versehenes Feld behagelt wor-

den. Allein ein Baum mufs doch wirksamer seyn als eine blofse Stange, und doch werden beholzte Gegenden häufig vom Hagel getroffen; Stangen mit Metallspitzen ohne Ableitungsdraht wirken nicht besser als nackte Stangen, ja selbst mit Stangen, die Metallspitzen und Leitungsdrähte haben, würde man nur dann eine Wirkung erzielen können, wenn man damit grofse Landesstrecken versähe.

2. Besondere Wirkung eines Blitzschlages Von *Scoresby*.

(Journ. of Scien. N. XVI. p. 203.)

Das Schiff, welches den Weg von London nach New-York regelmäfsig in 25 Tagen macht, wurde auf einer dieser Reisen von einem Blitze getroffen, und verlor dadurch seinen Ableiter. Da der Capitän noch ein neues Gewitter befürchtete, so errichtete er einen anderen Ableiter auf dem Mittelmaste. Wirklich ward auch dieser von einem Blitzstrahle getroffen und völlig geschmolzen, so dafs das Eisen in Tropfen in die See fiel. Alle Reisenden bemerkten, dafs an der Stelle, wo der Blitz ins Wasser fuhr, dasselbe rings herum sehr deutlich sank. Da die Fangstange des Ableiters 4 F. lang und $5 - 5^1/_2$ L. dick war, und doch geschmolzen wurde, so war sie offenbar zu dünn. Übrigens brachte dieser Blitz sehr merkwürdige Wirkungen hervor.

Ein vortreffliches Chronometer, das kaum um $^1/_{10}$ S. in 24 Stunden fehlte, war so durch den Blitzschlag hergenommen, dafs es um 24 M. zu früh ging; alle Theile desselben waren stark magnetisch geworden, und sein Gang mufste demnach stark von der Lage dieser Theile gegen die Weltgegenden abhängen, und sich mit ihr ändern.

Eben so wurden alle vom Blitz getroffenen Messer

Taucht man mehrere Abwechslungen von Platin in die mit Wasser verdünnte Säure, so gelangt die Nadel nicht gleich zu ihrer gröfsten Ablenkung, sondern durch eine von 5° — 5° erfolgende sprungweise Bewegung, und die Zahl der Sprünge gleicht jener der Abwechslungen; und wirklich ist jede successive Vermehrung des electrischen Stromes durch eine Anhäufung einer Schichte von salpetriger Säure an jeder Metallfläche determinirt, woraus eine Erleichterung des Übergangs der Metalle in die Flüssigkeit hervorgeht. Ich habe, um diese Anomalien genau kennen zu lernen, ein Doppelgalvanometer und zwei Systeme von ähnlichen Platinabwechslungen in verschiedenen Flüssigkeiten gebraucht. Diese zwei Systeme wurden gleichzeitig in die Kette gebracht, und der Strom vertheilte sich in ihnen nach Verhältnifs ihrer Leitungsfähigkeit. In diesem Falle zeigte die Richtung der Ablenkung der Magnetnadel, durch welches System der Strom am leichtesten geht. Auf diesem Wege gelangte ich zu denselben Resultaten, wie durch einfache Vergleichung der Ablenkungswinkel der Nadel des einfachen Multiplicators. Dessen ungeachtet suchte ich eine gleiche Leitungsfähigkeit zweier Systeme zu erzielen, indem ich die gröfsere Leitungsfähigkeit des einen durch Verminderung der mit der Flüssigkeit in Berührung stehenden Metallfläche, oder durch Vermehrung der Anzahl der Abwechslungen, durch welche der Strom gehen mufste, abänderte. Die erste Art der Compensation führte mich nicht, oder nur sehr selten, zum Ziele, weil der Strom sehr stark war; so z. B. leitete das System mit Salpetersäure immer besser als das mit Schwefelsäure bei einer gleichen Anzahl von Abwechslungen, selbst wenn die Berührungsfläche im ersten zehn Mal gröfser war als im zweiten. Die andere Art der Ausgleichung gab entscheidendere Resultate. Hier folgen einige

Beispiele. Die zwei Flüssigkeiten, welche mit einander verglichen wurden, waren concentrirte Schwefel- und Salpetersäure, die Platinplatten waren in beide gleich eingetaucht. Bei einer Abwechslung ging der Strom ganz durch die Salpetersäure; mit einer Abwechslung in der Schwefelsäure, und zwei in der Salpetersäure, zeigte die Magnetnadel eine Ablenkung von 30°, und hierauf eine von 20° zu Gunsten der Schwefelsäure. Jedes System allein in den Kreis gebracht gab eine Ablenkung von 65°. Wurde die Anzahl der Abwechslungen verdoppelt, so wich die Nadel um 20° zu Gunsten der Salpetersäure ab, und der Strom bewirkte beim Durchgehen durch eines oder das andere der zwei Systeme eine Ablenkung von 20° — 30°. Hieraus folgt, dafs die zwei vereinten Abwechslungen in der Schwefelsäure schlechter leiten, als vier in der Salpetersäure, wiewohl eine Abwechslung der erstern Säure besser als zwei der zweiten leitet. Ich glaube die Erklärung dieser Anomalie darin zu finden, dafs der Strom im erstern Falle stärker ist als im zweiten, indem er durch die gröfsere Anzahl von Abwechslungen eine gröfsere Schwächung erlitten hat. Da man nun weifs, dafs eine Differenz in der Stärke der Electricität das Verhältnifs zwischen der Leitungsfähigkeit ähnlicher Systeme abändert, so darf man sich nicht wundern, dafs dieses hier eintritt. Zur Begründung dieser Erklärung erwähne ich, dafs ich, als ein gleich ursprünglich schwächerer Strom angewendet wurde, fand, zwei Abwechslungen der Salpetersäure leiten besser, als eine der Schwefelsäure. Wir können daher den Schlufs ziehen, dafs jedes System, worin Schwefelsäure den flüssigen Leiter abgibt, verhältnifsmäfsig durch eine Differenz in der Stärke des Stromes mehr gewinnt oder verliert, als ein System mit Salpetersäure. Ich halte es für überflüssig, zu sagen, dafs

drei Abwechslungen in Salpetersäure weniger gut als eine, und besser als zwei in der Schwefelsäure leiten. Auch Salz- und Salpetersäure gaben immer bei der Vergleichung beider einige interessante Resultate. Mit einer Abwechslung in jeder erhielt ich 48° Ablenkung von Seite der Salzsäure, und der durch jedes einzelne System gehende Strom gab 75°; mit zwei, drei und vier Abwechslungen ergaben sich immer einige Grade mehr zu Gunsten der Salzsäure, aber mit fünf Abwechslungen hatte ich 15° von Seite der Salpetersäure; der durch jedes einzelne System gehende Strom gab 30°. Diese Versuche zeigen, dafs für eine gleiche Anzahl Abwechslungen die Salzsäure besser leitet als die Salpetersäure, falls die Electricität stark ist, und minder gut, wenn diese schwach ist. Dieses Phänomen bewährte sich bei der Anwendung sehr starker und sehr schwacher Ströme. Man kann den Versuch leicht wiederholen, indem man zwei Platinplatten oder Drähte in Salzsäure, und zwei andere in Salpetersäure taucht. Wenn die Electricität stark ist, geht der Strom leichter durch die Salzsäure, wenn sie schwach ist, leichter durch Salpetersäure.

Es bleibt mir nur noch übrig, von den zahlreichen Phänomenen zu sprechen, welche bei verschiedenen festen Leitern eintreten. Ich habe schon im vorigen Mémoire gesagt, dafs Kupfer den Strom leichter in eine Flüssigkeit übergehen läfst, als Platin, und Zink leichter als Kupfer; ich habe auch hinzugesetzt, dafs mir die Leichtigkeit dieser Transmission von der Stärke der auf das Metall ausgeübten chemischen Wirkung abzuhängen scheint. Eine Menge Versuche haben dieses bestätiget. Um die kleinsten Differenzen wahrzunehmen, ist es besser, sich eines sehr schwachen Stromes zu bedienen. Ich füllte zwei Gefäfse mit derselben Flüssigkeit, und tauchte in jedes ein *Volta*'sches Plattenpaar, das sich am

Ende des Drahtes eines Galvanometers befand. Wurden beide Flüssigkeiten mittelst Metallbögen von gleicher Gröfse und Oberfläche, aber verschiedener Natur, verbunden, so konnte ich leicht mit der Ablenkung der Magnetnadel die gröfsere oder kleinere Leichtigkeit beurtheilen, mit welcher der electrische Strom von der Flüssigkeit in jedes derselben übergeht. Der Platinbogen bewirkte mit verdünnter Säure eine Ablenkung von einigen Graden, Silber eine gröfsere, hierauf folgten Kupfer, Zinn, Eisen, Zink, und in dieser Ordnung scheinen mir auch die Metalle in Betreff der chemischen Wirkung auf einander zu folgen. Aber nicht blofs die Ablenkung der Magnetnadel, sondern auch die Wasserstoffgasmenge, die sich am negativen Elemente entwickelte, variirte nach der Natur der Metallbögen, welche die zwei Gläser mit einander verbanden. Mit Platin war nichts davon bemerkbar, mit Gold fast nichts; sie wurde aber immer gröfser, so wie der Metallbogen mehr angreifbar war. Um zu zeigen, dafs die eigene Leitungsfähigkeit des Metalls darauf keinen Einfluſs nehme, nahm ich zur Verbindung beider Gläser bald einen 2 L. dicken Platindraht, bald einen Bleidraht von $^1/_4$ L. Dicke; im ersten Falle war die Ablenkung der Nadel kaum bemerkbar, im zweiten war der Strom sehr stark, aber selbst bei gleich dicken Drähten leitet Platin mehr als Blei, wie sich aus den Versuchen *Becquerel's* ergab, aber Blei wird von der Flüssigkeit angegriffen, nicht aber Platin. Ein eiserner Bogen gestattet einen stärkeren Strom als ein Kupferbogen, wenn man sie abwechselnd braucht, um die zwei Gefäfse, worin sich die Platten befinden, zu verbinden, wenigstens wenn sie eine verdünnte Säure oder eine Salzlösung enthalten; enthielten sie aber Ammoniak, so war der Strom kaum merklich beim Gebrauch eines Eisendrahtes, aber sehr stark, wenn man einen Kupferdraht

anwendete. Auch dieses ist eine Folge der chemischen Wirkung. Das Eisen leitet im ersten Falle, wo es mehr angegriffen ist, mehr als Kupfer, im zweiten, wo es weniger angegriffen ist, weniger. Will man sich nur an Thatsachen halten, so kann man folgende Relation zwischen der Eigenschaft eines festen Körpers, die Electricität in eine Flüssigkeit abzuleiten, und der Natur der Electricität, die er in dieser Flüssigkeit erlangt, aufstellen: Von zwei homogenen oder heterogenen in eine Flüssigkeit getauchten Metallflächen ist die, welche die Electricität mit dem geringsten Verlust leitet, in derselben Flüssigkeit, gegen die andere positiv, wenn beide zu einem *Volta*'schen Plattenpaare vereiniget sind. Man kann auch sagen, die Electricität bestimme diese beiden Phänomene; es ist auch wahrscheinlich, dafs es sich so verhält, aber das aufgestellte Gesetz ist von jeder Hypothese unabhängig. Ich könnte noch von den Versuchen sprechen, die ich mit stärkern Strömen über die Leitungsfähigkeit verschiedener Metalle und Flüssigkeiten angestellt habe, aber ich werde in einem folgenden Mémoire darauf zurückkommen, das die detailirte Untersuchung des dritten auf die Stärke der Electricität Einfluſs nehmenden Umstandes enthält. Ich kann aber nicht schliefsen, ohne zu bemerken, dafs schon vor ein oder zwei Jahren mein Vater den Einfluſs der chemischen Wirkung der Flüssigkeit auf die darein getauchten Metallplatten bemerkt hat in Betreff der Erleichterung des Durchganges der Electricität nicht bloſs zur Erzeugung magnetischer, sondern auch anderer Wirkungen, besonders der Zersetzungen. Die Resultate der Versuche über den Einfluſs der relativen Natur des festen Leiters auf den untersuchten Gegenstand sind also:

1) Dafs die Schwächung der Electricität beim Übergange von Platin in eine Flüssigkeit von der Natur der

letzteren abhängt; 2) dafs auch die Stärke des Stroms darauf Einfluſs hat, so dafs eine Flüssigkeit, die einen bestimmten Strom besser leitet als eine andere, einen stärkeren oder schwächeren besser oder schlechter leitet; 3) dafs die Electricität von irgend einem Metalle in irgend eine Flüssigkeit desto leichter übergeht, je leichter das Metall von der Flüssigkeit angegriffen wird; 4) dafs, unabhängig von der chemischen Wirkung, eine beständige Relation besteht zwischen der Erleichterung des Übergangs der Electricität in eine Flüssigkeit von einem Körper, und der Natur der Electricität, die er in Berührung mit einem anderen gibt.

2. Künstliche Blitzröhren.

(A. a. O. p. 319.)

Die französischen Academiker *Hachette, Savart* und *Beudant* versuchten es, Blitzröhren künstlich zu erzeugen. Zu diesem Ende wurde in einen Backstein ein Loch gemacht, mit zerstoſsenem Glase gefüllt, und durch letzteres die Batterie aus *Charles* Cabinet, die stärkste in Paris vorhandene, entladen. Der Versuch glückte vollkommen. Sie erhielten bei einem Versuche eine Röhre von 25 Millim. Länge, deren äuſserer Durchmesser unregelmäſsig von einem Ende zum anderen abnimmt, und 3 — 1 $^1/_2$ Millim. beträgt; der innere Canal ist $^1/_2$ Millim. weit. Zwei andere Versuche lieferten kleinere und weniger gut gestaltete Röhren. Mit gepulvertem Feldspath und Quarz gelang der Versuch nicht. Übrigens waren die Röhren inwendig gebräunt, wahrscheinlich vom Eisenoxyd; doch haben sie bei weitem nicht die Festigkeit der von Dr. *Fiedler* gefundenen, welches wahrscheinlich von der verhältnifsmäſsig zu geringen electrischen Kraft bei den Versuchen herrührt.

B. Magnetismus.

1. Über den Magnetismus der Drähte eines Multiplicators. Von *Nobili.*

(Bibl. univ. Mai 1818, p. 79.)

Nobili machte die Bemerkung, dafs sich die Nadeln seines Multiplicators, wenn sie vollkommen gleiche magnetische Kraft hatten, und daher vollkommen astatisch waren, nie auf den Nullpunct der getheilten Scheibe unterhalb derselben einstellen liefsen, und dafs sie stets um 15° — 20° von dieser Linie abwichen. Er suchte die Ursache dieser Abweichung anfangs in einer magnetischen Eigenschaft der Scheibe und der Rahme, die beide aus Messing bestanden, oder in der Windung des Aufhängungsfadens. Er versuchte die Nadel einzustellen, nachdem er die Scheibe aus Papier, und die Rahme aus Holz gemacht hatte, und den Apparat auf dem Gestelle etwas wendete, um die Nadeln ohne Torsion des Fadens auf den Nullpunct zu bringen. Alles dieses führte nicht zum erwünschten Ziele, ja er konnte die Nadeln nicht einmal dann auf den Nullpunct der Scale bringen, als er den Aufhängungsfaden zum Drehen eingerichtet hatte. Nun blieb nichts mehr übrig, als anzunehmen, die Nadeln werden durch den Magnetismus des gewundenen Drahtes abgelenkt. Dieser Draht war so gewunden und in zwei Parthien getheilt, dafs er durch eine rhomboëdale Öffnung auf die getheilte Scheibe von oben herab zu sehen erlaubte. War er magnetisch, so befanden sich die Magnetnadeln in demselben Falle, als wenn sie zwischen zwei neben einander befindlichen parallelen Magnetnadeln schwebten. Die Nadeln sind zwar im Gleichgewichte, wenn sie sich mitten zwischen den zwei Magneten und parallel mit ihnen befinden, jedoch ist dieses Gleichgewicht labil, die kleinste Erschütterung hebt

es auf, und bringt sie in die stabile Lage, wo einer ihrer Pole gerade unter einem Pole der magnetischen Drähte sich befindet. *Nobili* fand diese Eigenschaft an allen Kupferdrähten, die er anwendete; keiner derselben enthielt einen merklichen Antheil an Eisen, wovon er sich dadurch versicherte, dafs er den Kupferdraht in Salpetersäure auflöste, und die Auflösung mittelst blausaurem Kali auf Eisen prüfte. Die magnetische Wirkung des Kupfers ist schon bei einer geringen Masse desselben sehr merklich. Sechs oder sieben Kupferdrähte von $^1/_4$ Millim. Dicke, mit einander vereiniget, nahmen zwei Magnetnadeln schon aus der Entfernung von 1 Millim. bei ihrer Bewegung mit sich fort, und lenkten sie um 15° — 20° ab, bevor sie selbe verliefsen. *Nobili* untersuchte auch Platin- und Silberdrähte. Platindrähte, zu einem Büschel vereiniget, übten zwar auf das System von Magnetnadeln eine kleinere Wirkung aus, als Kupfer, doch blieb diese hinreichend bemerkbar; Silberdraht hingegen blieb ohne solche Einwirkung. An einem Multiplicator mit Silberdraht liefsen sich die Magnetnadeln vollkommen auf den Nullpunct einstellen, und die Empfindlichkeit dieses Instruments war sechs und mehrmal grösser als mit Kupferdrähten. Ein Strom, der an einem Multiplicator mit Kupferdrähten eine Ablenkung von 1° — 2° hervorbringt, erzeugt bei einem mit Silberdraht eine Ablenkung von 6° — 12°.

2. Einrichtung des Sideroscops und mit demselben angestellte Versuche. Von *Le Baillif* und *Saigey*.

(Bull. des scien. math. etc. Tome 8 et 9.)

Schon im dritten Bande, S. 246 dieser Zeitschrift wurde ein Instrument unter dem Namen Sideroscop angezeigt, mittelst welchem man die bisher unerklärbare

Abstofsung, welche Spiefsglanz und Wismuth auf beide Pole eines Magnetes ausüben, bemerkt hat. Die Quelle, aus welcher diese Anzeige entlehnt war, gab die Einrichtung des genannten Instrumentes weder hinreichend detailirt noch ganz richtig an, auch ist von keinem anderen Versuche die Rede, als von der Abstofsung eines magnetischen Poles durch Spiefsglanz und Wismuth. Die oben angezeigte Quelle enthält aber eine vollständige Beschreibung dieses Instrumentes, und zugleich eine Reihe interessanter Versuche, welche damit angestellt wurden; daraus soll hier das Wichtigste mitgetheilt werden, um so mehr, da die neuesten in Frankreich erschienenen physikalischen Werke, nämlich die *Cours de Physique, par M. Gay-Lussac*, und *Elémens de Physique exp. et de Météorologie, par Pouillet*, dieses Instrumentes mit Beifall erwähnen.

Das genannte Bulletin enthält eine Beschreibung des Sideroscopes von *Le Baillif* (Tome 8, p. 87), und eine andere von *Saigey* (Tome 9, p. 89), es weichen aber beide in wesentlichen Puncten von einander ab. Wir wollen beide im Allgemeinen hören:

Nach *Le Baillif* besteht das Sideroscop aus einem sehr feinen reifen Strohhalm von 9 Z. Länge, der am einen Ende zwei magnetisirte Nähnadeln trägt, deren gleichnamige Pole entgegengesetzte Richtungen haben, und unter einem rechten Winkel gegen den Halm befestiget sind; am anderen hingegen ist eine einzige Magnetnadel angebracht, so dafs der ganze Apparat drei Magnete enthält. Der Halm sammt den Nadeln wird an einem ungezwirnten Seidenfaden von 12 Z. Länge in einem Glaskasten aufgehängt, wie dieses mit dem Hebel an *Coulomb's* electrischer Wage geschieht.

Der Halm kann von Hafer, Rocken oder Weitzen genommen werden, er mufs aber sehr fein und ganz

gerade seyn. Fast alle Halme sind krumm; um sie gerade zu richten, befestiget man an jedem Ende eines solchen einen Feilkloben, hält den Halm vertical, und belastet ihn unten mit einem Gewichte von 2 Pf., befeuchtet ihn, und streicht ihn der ganzen Länge nach mit einem heifsen Biegeleisen. Eine Nadel wird in das dünnere Ende des Strohhalms eingesteckt; sie soll 16 L. Länge, und ein Gewicht von etwa 1 1/2 Gr. haben, bis zur Sättigung magnetisirt seyn, und dann mit der Spitze bis nahe zur Hälfte ihrer Länge in den Halm hineinreichen. Am anderen Ende werden die Nadeln nicht unmittelbar angebracht, sondern man nimmt einen 2 Z. langen Halm, der in die Höhlung des längeren geschoben werden kann, und darin durch Reibung fest hält, und steckt 6 L. von einem Ende mitten und quer durch ihn eine etwa 1 Gr. schwere zur Sättigung magnetisirte Nadel, und 4 L. von dieser entfernt eine zweite mit der ersten parallele, und befestiget beide am Halme mittelst starkem Leim oder Gummiwasser. Dieses Halmstück wird nun in die Höhlung des dickeren Endes vom längeren Halm gesteckt, und dieser Halm mittelst einer papierenen Scheide an einem ungezwirnten Seidenfaden von 12 Z. Länge in einem Glaskasten so aufgehängt, dafs die zwei parallelen Nadeln genau eine horizontale Lage annehmen, und der Halm nach Belieben gehoben oder gesenkt werden kann, damit er, so lange man das Instrument nicht braucht, auf dem Boden des Kastens ruhe. Der Kasten bekommt ein 14 Z. langes, 6 Z. breites Bret zur Basis, welches nach der Länge und nach der Breite zwei parallele Furchen hat, die mit Seidenbändern ausgefüttert sind, und in welche der untere Rand des Glaskastens so genau pafst, dafs kein Luftzug auf den Halm wirken kann. An dieser Basis ist auf Papier mit gehörigem Radius ein getheilter Kreisbogen angegeben, dessen Nullpunct in die,

die Basis der Länge nach halbirende Linie fällt. Der Glaskasten wird mit 3 Z. Höhe angegeben; an dessen Decke erhebt sich eine Glasröhre, in welcher sich der Aufhängungsfaden befindet, und in gehöriger Entfernung davon ist eine Öffnung angebracht, deren Brennweite 3 Z. beträgt, und die sich genau über dem Nullpuncte der Theilung am Boden befindet. Ein im Gesichtsfelde gespannter Faden soll dem Nullpuncte der Scale entsprechen. An der schmäleren Seite des Kastens, welcher die einfache Nadel zugewendet ist, wird eine Vorrichtung angebracht, wodurch man die nöthige Öffnung erhält, um die Körper in den Kasten bringen zu können, deren Einwirkung auf die Magnetnadel man zu erfahren wünscht.

Saigey's Beschreibung des Sideroscopes weicht in manchem wesentlichen Puncte von der vorhergehenden ab. Die Länge des Halmes ist mit 42 Cent. (18 Z.) angegeben, und daher auch der Glaskasten 56 Cent. (21 Z.) lang, 21 Cent. (8 Z.) breit, und 17 Cent. (6 ½ Z.) hoch. Die darüber befindliche Glasröhre, welche den Coconfaden enthält, ist 36 Cent. (13 ½ Z.) hoch, und oben mit einem Stöpsel verschlossen, durch dessen Axe ein dünner Glasstab geht, der sich verschieben läfst, und in jeder Lage durch Reibung festhält. An seinem unteren Ende ist der Aufhängungsfaden befestiget, und durch Heben oder weiteres Hinabdrücken dieses Stabes läfst sich auch der Halm heben und senken. Die wesentlichste Abweichung dieses Instrumentes von dem *Le Baillif's* besteht darin, dafs hier nur zwei Magnete angewendet werden, jeder an einem Ende des Halmes mit der Längenrichtung desselben parallel, und so, dafs sie sich die gleichnamigen Pole zuwenden, und daher der ganze Apparat astatisch ist. Jeder Magnet ist cylindrisch und 1 Millim. (½ L.) dick, einer derselben 40.8 Millim.

(1 ½ Z.), der andere 42 Millim. (1.6 Z.) lang. Die Empfindlichkeit dieses Apparates hängt von dem mehr oder weniger astatischen Zustande desselben ab. Man kann ihn völlig astatisch machen, indem man einen Magnet dem anderen mehr oder weniger nähert.

Welche von beiden Einrichtungen verdient nun den Vorzug?

Gay-Lussac und *Pouillet* beschreiben in ihren oben genannten Werken das Sideroscop, wie es *La Beullif* angibt, doch bemerkt Letzterer, die zwei quer über den Halm angebrachten Nadeln sind unter sich astatisch, und könnten eben so gut ganz wegbleiben. Ich wäre sehr geneigt, der Einrichtung, wie sie *Saigey* angibt, den Vorzug zu ertheilen, weil er vollkommen astatisch gemacht, und daher für äufsere Einwirkungen ungemein empfindlich eingerichtet werden kann.

Das Sideroscop ist so leicht beweglich, dafs man beim Gebrauche desselben sehr leicht getäuscht werden kann. *Gay-Lussac* erinnert, dafs schon die Wärme der ziemlich ferne gehaltenen Hand durch die im Innern des Kastens erregten Luftströme eine Ablenkung des Halmes hervorbringt, und *Saigey* gibt mehrere äufsere Einflüsse an, welche störend beim Gebrauche dieses Instrumentes wirken, die sich fast alle auf die von *Gay-Lussac* angegebenen zurückführen lassen. Schon *Le Baillif* hat in mehreren Substanzen Magnetismus nachgewiesen, worin man ihn nicht vermuthete, oder doch nicht beweisen konnte. Er sagt, alle französischen und ausländischen, alten und neuen Münzen von Gold, Silber und Kupfer, besonders die in Italien geprägten Silbermünzen, ziehen das Sideroscop mächtig an; eben so wirken auf dasselbe alle Gattungen Asche, die mittelst Gummiwasser zu Würfeln von 3 — 4 L. Fläche zusammengeknetet sind, Zucker, der sich zu spinnen

anfängt, Chocolat, Bouteillenglas, grüner und schwarzer Turmalin, Granat, künstlicher venetianischer Avanturin, rhomb. Quarz, gelber Topas, grüner Talk, schwefelsaures und blausaures Eisen, phosphorsaure Kalkerde, vulcanischer Tuff und alle vulcanischen Producte, alle nicht chemisch reinen Metalle, messingene Nadeln, alle Aërolithen, gebranntes Kühhorn, calcinirtes Blut. *Saigey* hat an mehreren Eisenerzen und Eisenpräparaten einen selbstständigen, von ihrer Lage gegen die Weltgegenden unabhängigen, Magnetismus nachgewiesen, und sogar seine Intensität gemessen. Noch merkwürdiger ist es aber, dafs er mittelst des Sideroscopes nachgewiesen haben will, alle Körper üben in der Luft auf einander eine Abstofsung aus. Dafs man eine solche Kraft am Wismuth und Spiefsglanz nachgewiesen hat, wurde schon früher in dieser Zeitschrift angegeben. *Saigey* bestätiget dieses nicht blofs, sondern dehnt diese Abstofsung auf alle Körper aus. Nähert man, sagt er, der Magnetnadel einen Körper, der eisenhältig ist, so soll eine Anziehung vermöge des Eisengehaltes, und eine Abstofsung vermöge dieses allgemeinen Gesetzes erfolgen. Sind beide Wirkungen einander gleich, so bewegt sich die Nadel nicht; ist aber eine gegen die andere überwiegend, so erfolgt vermöge der Differenz der zwei Kräfte eine Abstofsung oder Anziehung. Derselbe Körper kann auch alle drei Wirkungen ausüben, wenn man seine Oberfläche und Lage ändert, besonders gilt dieses von fast reinen Metallen. *Saigey* besitzt einen kleinen sehr durchsichtigen Turmalin, bei dem diese dreifache Wirkung nach Verschiedenheit seiner Lage gegen den Magnet eintritt.

Um die Wirkung zweier Metallstücke auf einander zu erforschen, wurden Stücke von den käuflichen Metallsorten zu kubischen Körpern von einem Kubikcenti-

meter Inhalt durch Schleifen an einem Schiefersteine geformt, und eben so prismatische Stücke von einer Quadratcentimeter-Fläche und 0.6 Millimeter Dicke, die sich in eine schweifförmige Verlängerung endigten. Mittelst dieser wurde ein solches Stück statt des magnetischen Cylinders (der mitten in den Halm hineingesteckt wurde) in den Strohhalm gebracht, der Würfel diesem gegenüber gestellt, und die Repulsion beobachtet. Nach fünf Minuten nahm der Strohhalm gewöhnlich eine fixe Position an. Nun wurde der Würfel vorgeschoben, und die neue Lage des Hebels beobachtet, und so fortgefahren, bis eine Reihe von fünf, zehn oder funfzehn Beobachtungen erhalten war. Nach diesem wurde der Würfel langsam zurückgezogen, und die Zeit abgewarten, wo der Halm wieder ruhig hing. Da man zu einer Reihe von Beobachtungen eine Stunde braucht, so änderte sich innerhalb dieser Zeit der Nullpunct der Nadel, und es mufste unter der Voraussetzung, dafs diese Variation gleichförmig erfolge, nach der von einer Beobachtung zur anderen verflossenen Zeit für jedes Resultat die nöthige Correction im Stande des Hebels angebracht werden. Die Resultate wurden in grofsem Mafsstabe graphisch dargestellt, und von den verschiedenen Ordinaten, welche zu derselben Abscissen gehörten, das Mittel genommen. Auf diese Weise wurden folgende Resultate erhalten, die mit allen Irregularitäten hier angegeben sind. Die Entfernung der Platte vom Würfel beim Beginne des Versuches, und nachdem die Abstofsung erfolgt war, ist in Millim. ausgedrückt. Die Abstofsungen, die der Bleiwürfel ausübt, sind aus 75 Beobachtungen zu 5 Reihen, die des Zinnwürfels aus 22 Beobachtungen zu 3 Reihen, die des Wismuthwürfels aus 46 Beobachtungen zu 7 Reihen, die des Antimons aus 40 Beobachtungen zu 6 Reihen, und endlich die des Zin-

kes aus 29 Beobachtungen zu 5 Reihen entnommen. Die Platte bestand aus Kupfer.

Entfernung.	Repulsion des Würfels aus				
	Blei.	Zinn.	Wismuth.	Antimon	Zink.
50	0.33	0.20	0.30	0.24	0.17
40	0.64	0.43	0.61	0.48	0.35
35	1.19	0.84	1.09	0.84	0.58
30	1.86	1.48	1.81	1.44	0.94
25	3.01	2.46	2.80	2.40	1.32
20	4.25	3.52	3.46	2.80	1 54
18	4.90	3.97	4.12	3.15	1.72
16	5.39	4.40	4.81	3.50	1.88
14	6.13	4.93	5.36	3.81	2.08
12	7.10	5.52	5.86	4.15	2.32
10	8.05	6.25	6.17	4.33	2.46
9	8.73	6.62	6.37	4.50	2.61
8	9.47	7.04	6.66	4.66	2.80
7	9.78	7.35	7.03	4.90	3.00
6	10.10	7.72	7.71	5.20	3 30
5	10.42	8.10	8.24	5.70	3.60
4	10.84	8.56	8.74	6.32	3.94
3	11.69	9.25	9.50	7.05	4.43
2	13.10	10.60	11.25	8.10	5.60
1	14.50	12.80	—	—	—

Drückt man die Gröfse der Abstofsung, welche jeder dieser Körper bei der Entfernung von 1 Mill. ausübt, durch 1 aus, theilt jede der folgenden Abstofsungen durch die bei 1 Mill. Abstand herrschende, und stellt die so gewonnenen Resultate in eine ähnliche Tafel zusammen; so stellen die Zahlen, welche nun die Repulsion ausdrücken, das Gesetz derselben bei verschiedenen Körpern dar. Mit Ausnahme kleiner Abweichungen, die bei so schwierigen Versuchen allerdings unvermeidlich sind, zeigt sich für alle Körper dasselbe Gesetz, mit denen die Versuche angestellt wurden. Dasselbe

Gesetz bewährte sich auch, als man die zwei Magnetstäbe wieder an ihren Platz im Strohhalme brachte, und einem derselben ein Stück reines Wismuth mehr oder weniger näherte.

Nun suchte *Saigey* zu beweisen, dafs diese Abstossung weder von einer Bewegung der Luft, noch von der gewöhnlichen oder von der galvanischen Electricität, und auch nicht von der Masse der Körper, oder von der Capillarität herrühre. Als Grundursache dieser Abstofsung wird die Wärme angenommen. Darauf, heifst es, deuten schon die gewöhnlichen Wirkungen hin, welche eine Entfernung der Theile der Körper von einander zur Folge haben; auch hat *Fresnel* schon früher nachgewiesen, dafs zwei Körper selbst im luftleeren Raume einander abstofsen, wenn sie durch concentrirtes Sonnenlicht erwärmt werden; endlich zeigt sich auch wirklich diese Repulsion desto gröfser, je höher die Temperatur der sich abstofsenden Körper ist. Die Wirkung des Bleies auf Kupfer variirte zwischen 1000 und 557, als die Temperatur zwischen 15° und 5° schwankte. *Saigey* hat diesen Einfluſs der Körper auf einander noch auf einem anderen Wege zu erforschen gesucht, nämlich durch die Änderungen der Oscillation einer nicht magnetischen Nadel in der Nähe eines Stabes oder einer Scheibe von Metall, und zieht daraus Schlüsse, welche mit dem Magnetismus bewegter Körper in Verbindung stehen, über den er in einer folgenden Arbeit nähere Aufschlüsse zu geben verspricht.

VI.

Über das pankratische Ocular;

von

I. I. Littrow.

Da das von dem Londoner Arzte *W. Kitchiner* erfundene *Pancratic Eye-Tube* unter uns noch nicht sehr bekannt zu seyn scheint, so wird vielleicht Manchem eine kurze, nähere Anzeige desselben willkommen seyn. — Dieses Instrument ist von unseren gewöhnlichen terrestrischen Ocularen mit vier planconvexen Linsen nur wenig verschieden, sowohl in Beziehung auf die Gröfse und die Brennweiten, als auch auf die beiden äufseren Distanzen der vier Linsen. Die beiden ersten, dem Auge nächsten, und eben so die beiden letzten Linsen sind in eine besondere Röhre gefafst, so dafs die Distanzen jener sowohl, als dieser, unter sich unveränderlich sind. Diese beiden Röhren aber werden durch eine dritte verbunden, durch welche jene beiden ersten einander genähert oder von einander entfernt werden können. Das pankratische Ocular unterscheidet sich also von einem gewöhnlichen terrestrischen Oculare mit vier Linsen vorzüglich dadurch, dafs bei jenem die beiden äufsersten Distanzen der Linsen constant, die mittlere Distanz aber variabel ist, während bei diesem alle drei Distanzen unveränderlich sind. Je mehr bei dem pankratischen Oculare diese mittlere Distanz vergröfsert wird, desto stärker wird die Vergröfserung des Fernrohres. Es liegt in der Natur der Sache, dafs diese Erweiterung der Distanz, und die daraus folgende Vergröfserung des Gegenstandes ihre Grenzen hat, jenseits welchen die Gegenstände schwach beleuchtet und matt erscheinen. Aber

der Vortheil dieser Einrichtung vor der gewöhnlichen besteht darin, dafs diese Grenzen bei einem gut construirten Fernrohre dieser Art sehr ausgedehnt sind. Ich habe ein solches von *Dollond* verfertigtes Ocular mit einem vortrefflichen *Fraunhofer*'schen Objective von sechs Zoll Öffnung verbunden, zu welchem *Fraunhofer* selbst ein gewöhnliches terrestrisches Ocular von 7omaliger Vergröfserung gegeben hat, und dadurch die Vergrösserung bis auf 3oo gebracht, bei welcher Saturn, und der Schatten seines Ringes noch sehr scharf begrenzt erschien, und feine Doppelsterne, wie Castor oder Bootis, ungemein deutlich dargestellt wurden. Das Ocular war selbst auf eine 6oomalige Vergröfserung eingerichtet, und man konnte bei 4oo noch immer gut sehen, wenn der Gegenstand stark beleuchtet war; über dieser Grenze aber erschien er immer mehr farbig und verwaschen.

Nahe dasselbe leistete auch ein anderes pankratisches Ocular, welches Hr. *Pläfsl* nach dem Muster von jenem verfertigte, und dessen Vergröfserung ebenfalls von 1oo bis 6oo geht. Da bei unseren gewöhnlichen Ocularen das erste, so wie das zweite Linsenpaar in einer eigenen Röhre gefafst ist, so kann man auch mit ihnen den Versuch anstellen, und diese beiden kleineren Röhren von einander entfernen, wodurch die mittlere Distanz der Linsen erweitert, und die Vergröfserung verstärkt wird; nur läfst sich hier nicht so weit gehen, da die mittlere Röhre fehlt, die man aber leicht ersetzen kann. Dafs die gröfste Wirkung des pankratischen Oculars nur bei den vollkommensten Objectiven mit starker Öffnung, und bei stark erleuchteten Gegenständen erwartet werden kann, ist für sich klar. Doch wird es auch bei einem gewöhnlichen, gut gearbeiteten und achromatischen Zugfernrohre angenehm und selbst nützlich

seyn, die Vergröſserung desselben von 30 bis 100 und selbst weiter zu bringen, um den verschiedenen Bedürfnissen zu entsprechen, und so auf Reisen u. dgl. mit einem einzigen kleinen Instrumente und mit einem leisen Zuge der Hand dasselbe zu leisten, was früher nur durch eine gröfsere Sammlung mehrerer verschiedener Fernröhre möglich gewesen wäre. — Nach einem erst vor Kurzem erhaltenen Briefe unseres trefflichen Astronomen *Santini* in Padua lassen sich ähnliche Wirkungen auch durch die Veränderungen der beiden anderen Distanzen der vier Ocularlinsen erreichen. Er wird die mir gefälligst mitgetheilte Theorie dieser Oculare in dem nächstens erscheinenden zweiten Bande seiner Optik bekannt machen, und ich begnüge mich daher, hier nur ein nach dieser Theorie berechnetes Beispiel anzuführen, in welchem zugleich auf die Farbenlosigkeit des Bildes gehörige Rücksicht genommen worden ist. Nimmt man die Brennweiten des Objectivs und der vier Oculare gleich 30.0, 2.0, 2.5, 3.0, 1.5 Zolle, und die Distanz der beiden dem Objective nächsten Oculare von einander, oder die erste Distanz gleich 2.9 Zoll, so lassen sich die *beiden* anderen Distanzen auf folgende Weise verändern, um dadurch die nebenstehenden Vergröfserungen zu erhalten:

Erste Distanz = 2.9 Zolle,

Zweite Distanz .	2.5	4.0	5.0	6.0 .... 7.0
Dritte Distanz ..	3.332 ..	2.927 ..	2.720 ..	2.548 .. 2.404
Vergröfserung	21.5 ...	27.3 ...	32.1 ...	37.5 ... 43.5

u. s. w.

Es scheint daher dieser Gegenstand einer besonderen Untersuchung sehr werth zu seyn, um unter allen hier möglichen Einrichtungen die vortheilhafteste und jedem besonderen Zwecke angemessenste Wahl zu treffen, und der ganzen bisher noch so wenig beachteten

Sache die Sicherheit zu geben, deren sich alle einer mathematischen Basis fähigen Gegenstände erfreuen sollten.

Nachschrift vom Herausgeber *A. v. Ettingshausen.*

Der Umstand, dafs die vier Ocularlinsen eines auf gewöhnliche Weise construirten terrestrischen Fernrohres, ohne Verletzung der Reinheit der Bilder, innerhalb gewisser Grenzen im Rohre verschoben werden dürfen, und dafs diese Willkürlichkeit ihrer Stellung zur Erzielung einer schicklichen Vergröfserung oder eines passenden Gesichtsfeldes sich benützen lasse, mufs wohl jedem Verfertiger solcher Fernröhre in die Augen fallen; man wird sich daher nicht darüber wundern, dafs vor Dr. *Kitchiner* Mehrere auf den Gedanken gekommen sind, die Ocularlinsen in verschiedene Auszugröhren zu setzen, um durch Veränderung ihrer Intervalle die Vergröfserung des Fernrohres nach Gefallen bis zu dem Maximum, welches ohne Nachtheil der Deutlichkeit der Bilder erreicht werden kann, zu steigern.

So hat, wie *Biot* im *Précis élémentaire de Physique* (s. 2te Auflage vom Jahre 1821, Tome II., p. 353) berichtet, der rühmlich bekannte Pariser Künstler *Cauchoix* in seinen *lunettes polyaldes* die erste und zweite Ocularlinse (vom Objectivglase an gezählt) beweglich gelassen, wodurch die Vergröfserung nahe auf das Doppelte getrieben werden konnte. Auch versichert unser trefflicher Optiker *Plöfsl*, bereits vor mehr als zehn Jahren Fernröhre, deren Oculare in zwei Auszugröhren vertheilt waren, gesehen zu haben.

Soll jedoch die hier erwähnte Einrichtung des Ocularapparates eines Fernrohres (vorausgesetzt, dafs das Objectiv mit hinreichender Vollkommenheit construirt worden ist, um sehr weit gehende Vergröfserungen ohne

Verzerrung oder Färbung der Bilder vertragen zu können) allen Nutzen, dessen sie fähig ist, gewähren, so müssen die unveränderlichen Elemente des Oculars dergestalt gewählt werden, dafs die Steigerung der Vergröfserung möglichst weit gehen könne, d. h. dafs ihre Grenze jener, an welche die zum deutlichen Sehen erforderliche Lichtstärke gebunden ist, so nahe als möglich liege. Diefs ist die Aufgabe, mit welcher sich, wie aus dem 51sten Bande von *Bode's* astronom. Jahrbuche, S. 177 erhellet, Dr. *Kitchiner*, wie es scheint auf practischem Wege, mit günstigem Erfolge beschäftiget hat, und die auch die Aufmerksamkeit der Theoretiker in vollem Mafse verdient.

Ohne von den Bemühungen der so eben genannten Männer unterrichtet zu seyn, widmete demselben Gegenstande seit längerer Zeit ein würdiger, mit der Naturlehre gründlich bekannter, und insbesondere in der practischen Optik durch eigene Übung in der Construction verschiedener optischer Apparate, ja selbst im Schleifen der Gläser und Spiegel erfahrener Mann einen Theil seiner Mufse. Der gegenwärtige Lector der Physik an der Hausstudienanstalt der nord-tiroler Kapuzinerprovinz, P. *Peter Gruber* zu Botzen, ein geborner Tiroler, eröffnete mir nämlich bereits im Sommer des Jahres 1821, als ich noch die Stelle eines Professors der Physik an dem damaligen Lyceum zu Innsbruck bekleidete, dafs er im Besitze mehrerer Methoden sey, ohne Wechselung der Oculargläser an den Fernröhren stufenweise fortschreitende Vergröfserungen zu erzielen, und hiedurch diesen Instrumenten eine gröfsere Wirksamkeit zu geben. Allein erst vor wenigen Monaten setzte er mich in nähere Kenntnifs der von ihm erdachten Einrichtungen der Fernröhre. Ich erlaube mir hier öffentlich anzuführen, dafs eine (und zwar nach meiner

Meinung die vorzüglichste) derselben mit *Kitchiner's* Vorrichtung übereinstimmt, und defshalb dem oben genannten P. *Peter Gruber* gleichfalls die Ehre der Erfindung eines in mehrfacher Hinsicht nützlichen Apparates zugeschrieben werden darf.

Interessante Ankündigung

meines neuen Verzeichnisses, zweiter Theil, welcher in Kurzem die Presse verläfst. Dieses enthält die genaue Angabe der vollständigen Sammlung mathematischer, physikalischer und astronomischer Instrumente und Apparate, chemischer Geräthschaften und technologischer Modelle nach den neuern Einrichtungen und Verbesserungen verfertigt, welche im physikalischen Museum zu Frankfurt am Main aufgestellt sind, und die ich zu beigesetzten Preisen liefere. Dieses Verzeichnifs ist zum bequemen Nachschlagen systematisch geordnet, und stehet gegen portofreie Briefe Kennern und Liebhabern unentgeldlich zu Diensten.

Joh. Val. Albert.

Verbesserungen.

Seite	46	Zeile	18	statt:	vorige	lies:	unbestimmte
»	—	»	29	»	3, 4, 5	»	2, 3, 4
»	227	»	3 v. u.	»	*farbi*	»	*furbi*
»	364	»	14 v. u.	»	immer	»	niemals

Fig. 2.

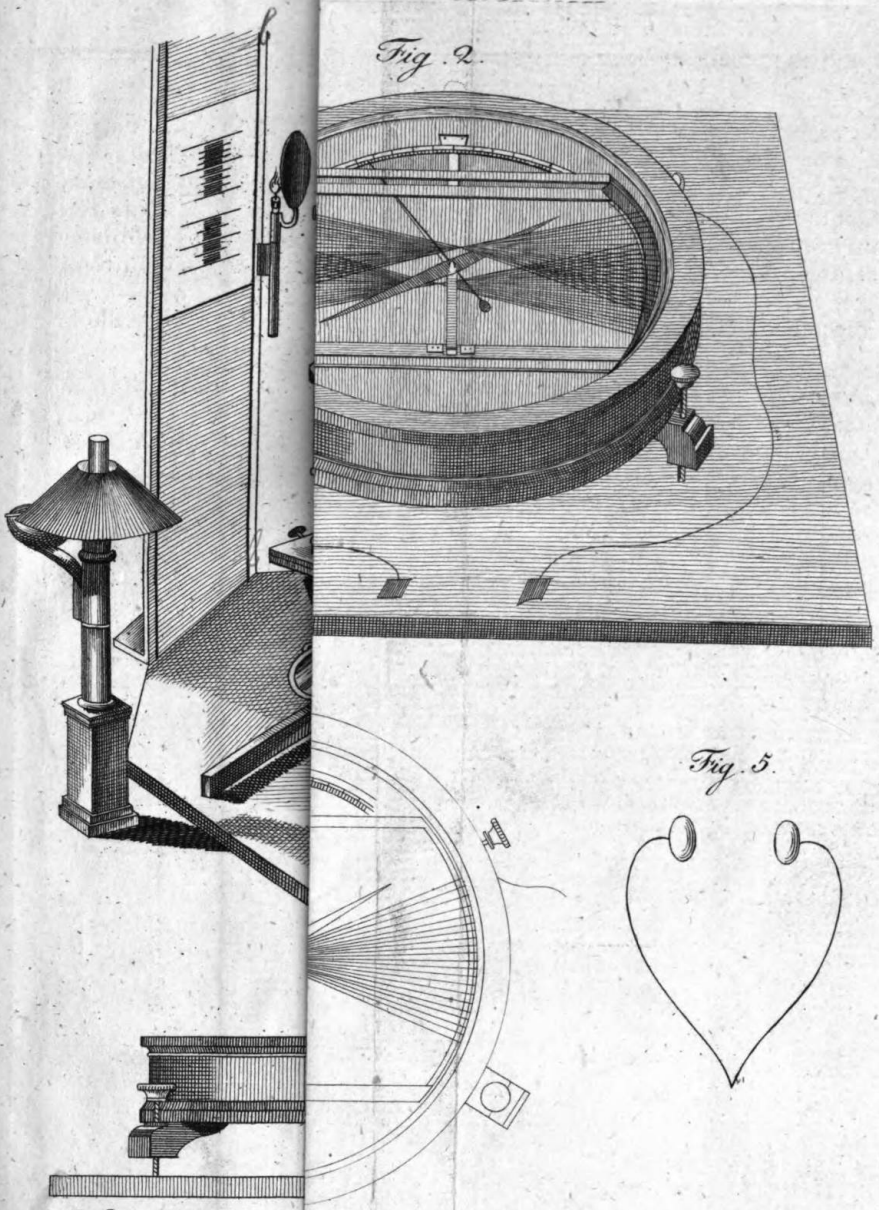


Fig. 5.

M. Bauer sc.

Fig. 7.

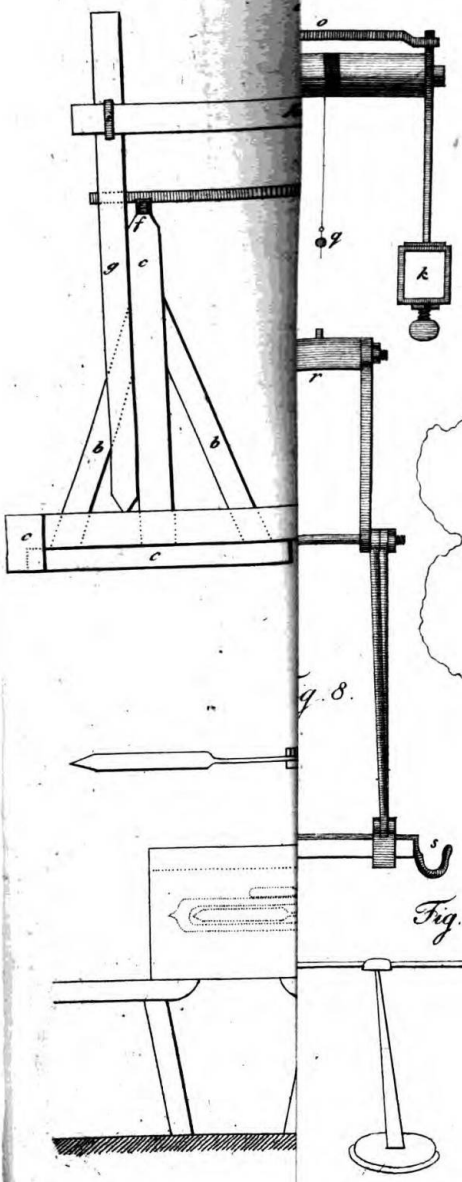


Fig. 11.

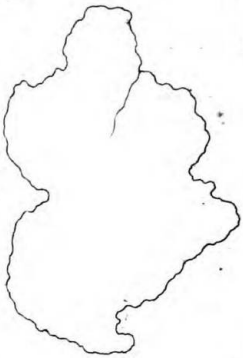


Fig. 8.

Fig. 14.

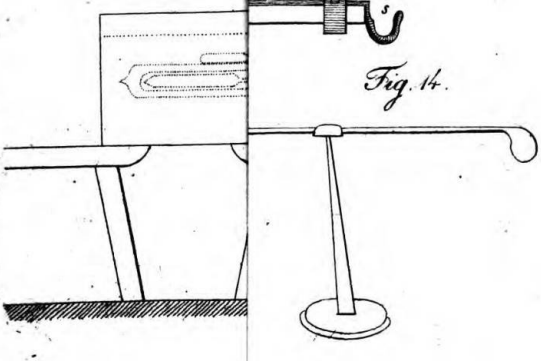


Fig. 12.

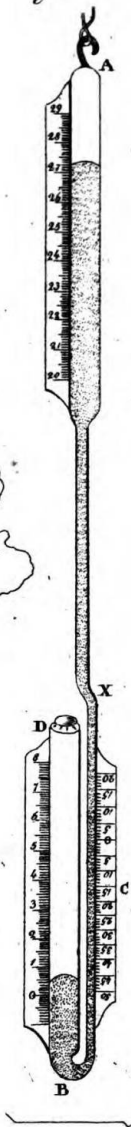
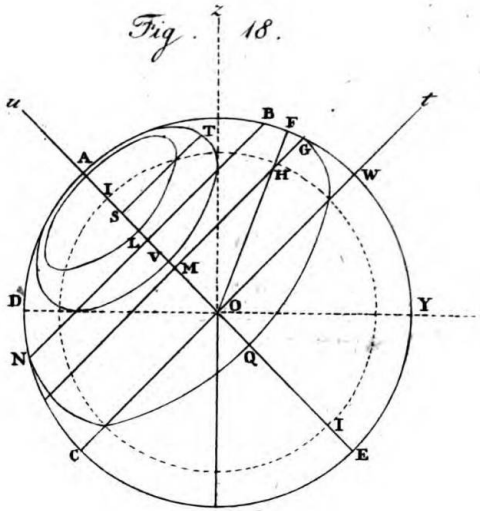


Fig. 13.

M. Bauer sc.

Fig. 18.



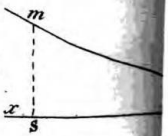
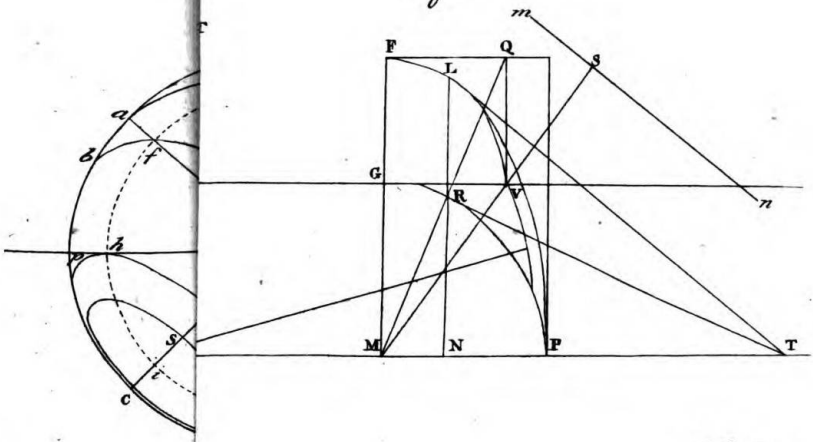


Fig. 21.



M. Bauer sc.

Fig. 25.

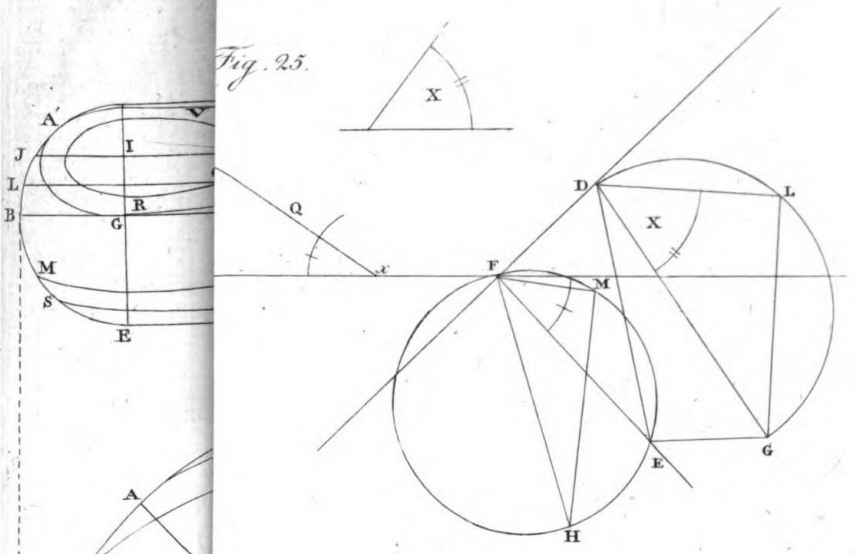
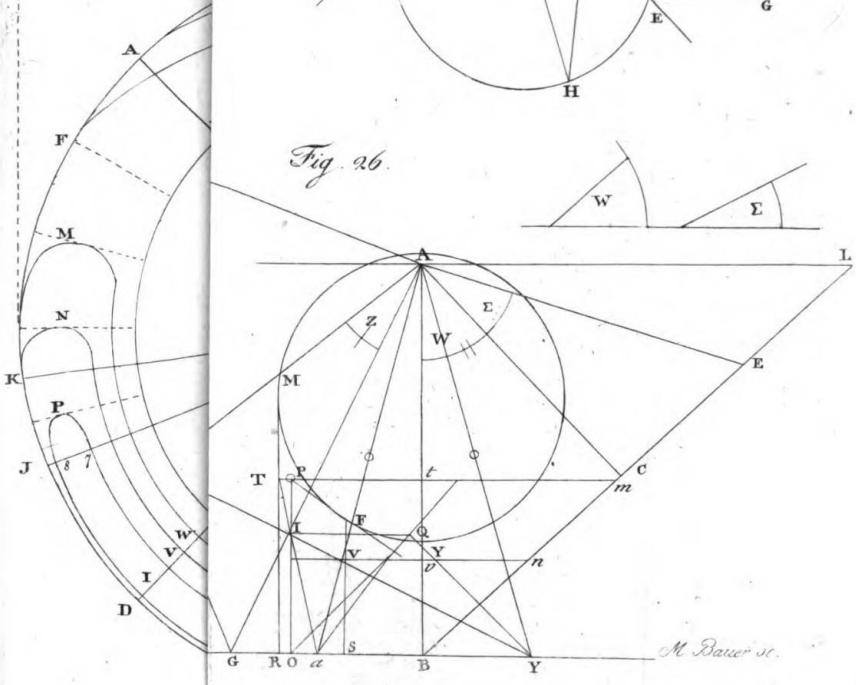


Fig. 26.



M. Bauer sc.